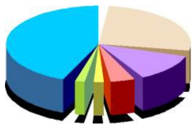
Estatística Descritiva

Prof. Lorí Viali, Dr.
viali@mat.ufrgs.br
http://www.mat.ufrgs.br/~viali/

2/5

Tratamento de grandes conjuntos de dados



Grandes Conjuntos de Dados

- Organização;
- Resumo;
- Apresentação.

Amostra ou População

Dados não organizados

Dados Brutos
Variável qualitativa

Defeitos em uma linha de produção

Lascado	Menor
Desenho	Maior
Torto	Lascado
Desenho	Esmalte
Torto	Esmalte
Lascado	Lascado
Torto	Desenho
Maior	Menor
Menor	Maior
Desenho	Torto
....	....

Dados organizados em uma distribuição de freqüências

* Variável qualitativa *

Distribuição de freqüências

Defeito	Freqüência	%
Desenho	71	14,20
Esmalte	95	19,00
Lascado	97	19,40
Maior	70	14,00
Menor	83	16,60
Torto	57	11,40
Trincado	27	5,40
Total	**500**	**100**

Freqüências (Tipos)

Apresentação

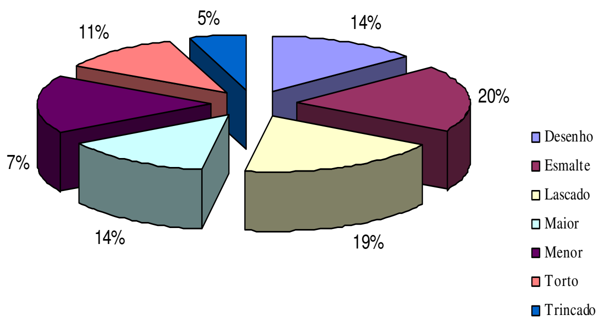
FREQÜÊNCIAS
- Simples
  - Absoluta
  - Relativa
    - Decimal
    - Percentual
- Acumuladas
  - Absoluta
  - Relativa
    - Decimal
    - Percentual

Freqüências: representação

Valores	f_i	F_i	fr_i	fr_i	Fr_i
0	60	60	0,30	30	30
1	50	110	0,25	25	55
2	40	150	0,20	20	75
3	30	180	0,15	15	90
4	10	190	0,05	5	95
5	6	196	0,03	3	98
6	4	200	0,02	2	100
Total	200	—	1,00	100	—

Representação gráfica Diagrama de torta ou pizza (Pie Chart)

Defeitos em uma linha de produção



Dados Brutos
Variável discreta

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Número de irmãos dos alunos da turma G
Probabilidade e Estatística - UFRGS - 2010/01

0	1	1	6	3	1	3	1	1	0
4	5	1	1	1	0	2	2	4	1
3	1	2	1	1	1	1	5	5	6
4	1	1	0	2	1	4	3	2	2
1	0	2	1	1	2	3	0	1	0

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Distribuição de freqüências por ponto ou valores

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Distribuição de freqüências, **por ponto ou valores,** da variável: "**Número de irmãos dos alunos da turma G**" da disciplina: Probabilidade e Estatística UFRGS - 2010/01.

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Nº de irmãos	Nº de alunos
0	7
1	21
2	8
3	5
4	4
5	3
6	2
Σ	50

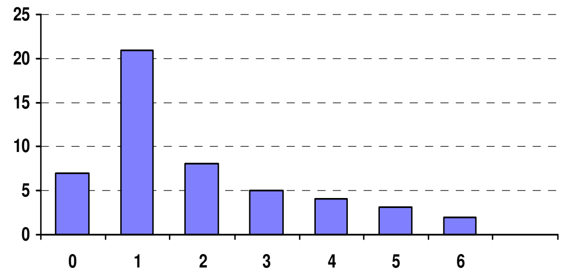
Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Representação gráfica

* Diagrama de colunas simples *

Diagrama de colunas simples da variável: **Número de irmãos dos alunos da turma G** Disciplina: Probabilidade e Estatística, UFRGS - 2010/01

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística



Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Resumo de uma distribuição de freqüências por ponto ou valores

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Medidas de tendência ou posição central

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

A média Aritmética

Neste caso, a média a dada por:

$$\overline{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 \cdot x_2 + \ldots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n}$$

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Exemplo

x_i	f_i	$f_i x_i$
0	7	0
1	21	21
2	8	16
3	5	15
4	4	16
5	3	15
6	2	12
Σ	**50**	**95**

A média será, então:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n} = \frac{95}{50} = 1{,}90 \text{ irmãos}$$

A Mediana

Como n = 50 é par, tem-se:

$$m_e = \frac{x_{n/2} + x_{(n/2)+1}}{2} = \frac{x_{50/2} + x_{(50/2)+1}}{2} =$$

$$= \frac{x_{25} + x_{26}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \text{ irmão}$$

Exemplo

x_i	f_i	F_i
0	7	7
1	21	28
2	8	36
3	5	41
4	4	45
5	3	48
6	2	50
Σ	**50**	**—**

Total de dados n = 50 (par)

Metade dos dados n/2 = 25

A Moda

$\mathbf{m_o}$ = valor(es) que mais se repete(m)

Exemplo

x_i	f_i
0	7
1	21
2	8
3	5
4	4
5	3
6	2
Σ	50

Pois ele se repete mais vezes

Medidas de dispersão ou variabilidade

A Amplitude

$$h = x_{máx} - x_{mín}$$

$$h = 6 - 0 = 6 \text{ irmãos}$$

Prof. Lorí Viali, Dr. – UFRGS – Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

O Desvio Médio

Neste caso, o dma será dado por:

$$dma = \frac{f_1|x_1 - \bar{x}| + f_2|x_2 - \bar{x}| + ... + f_k|x_k - \bar{x}|}{f_1 + f_2 + ... + f_k} =$$

$$= \frac{\sum f_i . |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Prof. Lorí Viali, Dr. – UFRGS – Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Exemplo

x_i	f_i	$f_i\|x_i - \bar{x}\|$
0	7	7.|0 – 1,90| = 13,30
1	21	21.|1 – 1,90| = 18,90
2	8	8.|2 – 1,90| = 0,80
3	5	5.|3 – 1,90| = 5,50
4	4	4.|4 – 1,90| = 8,40
5	3	3.|5 – 1,90| = 9,30
6	2	2.|6 – 1,90| = 8,20
Σ	**50**	**64,40**

Prof. Lorí Viali, Dr. – UFRGS – Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

O dma será, então:

$$dma = \frac{\sum f_i . |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{64,40}{50} = 1,29 \text{ irmãos}$$

Prof. Lorí Viali, Dr. – UFRGS – Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

A Variância

Neste caso, a variância será:

$$s^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + ... + f_k(x_k - \bar{x})^2}{n} =$$

$$= \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

Prof. Lorí Viali, Dr. – UFRGS – Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Exemplo

x_i	f_i	$f_i x_i^2$
0	7	$0^2.7 = 0$
1	21	$1^2.21 = 21$
2	8	$2^2.8 = 32$
3	5	$3^2.5 = 45$
4	4	$4^2.4 = 64$
5	3	$5^2.3 = 75$
6	2	$6^2.2 = 72$
Σ	**50**	**299**

A variância será, então:

$$s^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{299}{50} - 1{,}90^2 =$$
$$= 2{,}3700 \text{ irmãos}^2$$

O Desvio Padrão

O desvio padrão será dado por:

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{2{,}3700} =$$
$$= 1{,}5395 \cong 1{,}54 \text{ irmãos}$$

O Coeficiente de Variação

Dividindo a média pelo desvio padrão, tem-se o coeficiente de variação:

$$g = \frac{1{,}539480}{1{,}90} = 81{,}03\%$$

Dados Brutos

Variável contínua

Idade (em meses) dos alunos da turma G da disciplina: Probabilidade e Estatística UFRGS - 2010/01

276 245 345 240 270 310 368

334 268 288 336 299 236 239 355 330

287 344 300 244 303 248 251 265 246

240 320 308 299 312 324 289 320 264

252 298 315 255 274 264 263 230 303

369 247 266 275 281 230 234

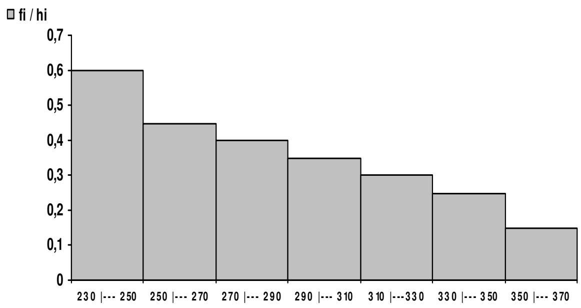
Distribuição de freqüências por classes ou intervalos

Distribuição por classes ou intervalos da variável "idade dos alunos da turma G" da disciplina: Probabilidade e Estatística da UFRGS - 2010/01

Idades	Número de alunos
230 |--- 250	12
250 |--- 270	9
270 |--- 290	8
290 |--- 310	7
310 |--- 330	6
330 |--- 350	5
350 |--- 370	3
Total	50

Representação gráfica * Histograma *

Histograma de freqüências da variável "**Idade dos alunos da turma G**" de Probabilidade e Estatística da UFRGS - 2010/01



Medidas

Prof. Lorí Viali, Dr. – UFRGS – Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Antes de apresentar as medidas, i. é, representantes do conjunto, é necessário estabelecer uma notação para alguns elementos da distribuição.

Prof. Lorí Viali, Dr. – UFRGS – Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Simbologia

Prof. Lorí Viali, Dr. – UFRGS – Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

$\mathbf{x_i}$ = ponto médio da classe;

$\mathbf{f_i}$ = freqüência simples da classe;

$\mathbf{li_i}$ = limite inferior da classe;

$\mathbf{ls_i}$ = limite superior da classe;

$\mathbf{h_i}$ = amplitude da classe.

Prof. Lorí Viali, Dr. – UFRGS – Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

O Ponto Médio da Classe

x_i	f_i	x_i
230 |--- 250	12	240
250 |--- 270	9	260
270 |--- 290	8	280
290 |--- 310	7	300
310 |--- 330	6	320
330 |--- 350	5	340
350 |--- 370	3	360
Σ	**50**	—

Prof. Lorí Viali, Dr. – UFRGS – Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Medidas de tendência ou posição central

A Média da Distribuição

x_i	f_i	$f_i . x_i$
240	12	2880
260	9	2340
280	8	2240
300	7	2100
320	6	1920
340	5	1700
360	3	1080
Σ	**50**	**14260**

A média será:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i . x_i}{n} = \frac{14260}{50} = 285{,}20 \text{ meses}$$

A Mediana

Neste caso, utilizam-se as freqüências acumuladas para identificar a classe mediana, i. é, a que contém o(s) valor(es) central(is).

Exemplo

x_i	f_i	F_i
230 |--- 250	12	12
250 |--- 270	9	21
270 |--- 290	8	29
290 |--- 310	7	36
310 |--- 330	6	42
330 |--- 350	5	47
350 |--- 370	3	50
Σ	50	—

Total de dados n = 50 (par)

Metade dos dados n/2 = 25

Portanto, a classe mediana é a terceira. Assim i = 3. A mediana será obtida através da seguinte expressão:

$$m_e = li_i + h_i\left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right] = 270 + 20\left[\frac{\frac{50}{2} - 21}{8}\right] =$$

$$= 270 + 20\left[\frac{\frac{50}{2} - 21}{8}\right] = 270 + 20\frac{4}{8} = 280 \text{ meses}$$

A Moda

Neste caso é preciso inicialmente apontar a classe modal, i. é, a de maior freqüência. Neste exemplo é a primeira com f_i = 12. Assim i = 1.

Exemplo

i	x_i	f_i
1	230 |--- 250	12
2	250 |--- 270	9
3	270 |--- 290	8
4	290 |--- 310	7
5	310 |--- 330	6
6	330 |--- 350	5
7	350 |--- 370	3
—	Σ	**50**

Classe modal, pois f_i = 12.

Portanto, a moda poderá ser obtida por meio de uma das seguintes expressões:

Critério de King:

$$m_o = li_i + h_i\left[\frac{f_{i+1}}{f_{i-1} + f_{i+1}}\right] = 230 + 20.\left[\frac{9}{0+9}\right] =$$

$$= 230 + 20.\left[\frac{9}{9}\right] = 250 \text{ meses}$$

Critério de Czuber:

$$m_o = li_i + h_i\left[\frac{f_i - f_{i-1}}{2.f_i - (f_{i-1} + f_{i+1})}\right] =$$

$$= 230 + 20.\left[\frac{12 - 0}{2.12 - (0+9)}\right] =$$

$$= 230 + 20.\left[\frac{12}{24 - 9}\right] =$$

$$= 230 + 16 = 246 \text{ meses}$$

Medidas de dispersão ou variabilidade

A Amplitude

$$h = x_{máx} - x_{mín}$$

$$h = 370 - 230 = 140 \text{ meses}$$

O Desvio Médio Absoluto

Neste caso, o dma será dado por:

$$\text{dma} = \frac{f_1|x_1-\bar{x}|+f_2|x_2-\bar{x}|+\ldots+f_k|x_k-\bar{x}|}{f_1+f_2+\ldots+f_k} =$$

$$= \frac{\sum f_i \cdot |x_i-\bar{x}|}{n}$$

Exemplo

x_i	f_i	$f_i.\|x_i - \bar{x}\|$
240	12	12.|240 – 285,20| = 542,40
260	9	9.|260 – 285,20| = 226,80
280	8	8.|280 – 285,20| = 41,60
300	7	7.|300 – 285,20| = 103,60
320	6	6.|320 – 285,20| = 208,80
340	5	5.|340 – 285,20| = 274,00
360	3	3.|360 – 285,20| = 224,40
Σ	**50**	**1621,60**

O dma será, então:

$$\text{dma} = \frac{\sum f_i \cdot |x_i-\bar{x}|}{n} = \frac{1621{,}60}{50} =$$

$$= 32{,}43 \text{ meses}$$

A Variância

Neste caso, a variância será:

$$s^2 = \frac{f_1(x_1-\bar{x})^2+f_2(x_2-\bar{x})^2+\ldots+f_k(x_k-\bar{x})^2}{n} =$$

$$= \frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^2}{n} = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

Exemplo

x_i	f_i	$f_i.\ x_i^2$
240	12	$12.240^2 = 691200$
260	9	$9.246^2 = 608400$
280	8	$8.280^2 = 627200$
300	7	$7.300^2 = 630000$
320	6	$6.320^2 = 614400$
340	5	$5.340^2 = 578000$
360	3	$3.360^2 = 388800$
Σ	**50**	**4 138 000**

A variância será, então:

$$s^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2 =$$

$$= \frac{4138000}{50} - 285{,}20^2 =$$

$$= 1420{,}96 \ \text{meses}^2$$

O Desvio Padrão

O desvio padrão será dado por:

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{1420{,}96} =$$

$$= 37{,}6956 \cong 37{,}70 \ \text{meses}$$

O Coeficiente de Variação

Dividindo o desvio padrão pela média, tem-se o coeficiente de variação:

$$g = \frac{37{,}695623}{285{,}20} = 13{,}22\%$$

Medidas de Assimetria (Distorção)

Skewness

Primeiro Coeficiente (de Pearson)

a_1 = (Média - Moda) / Desvio Padrão

Segundo Coeficiente (de Pearson)

a_2 = 3.(Média - Mediana) / Desvio Padrão

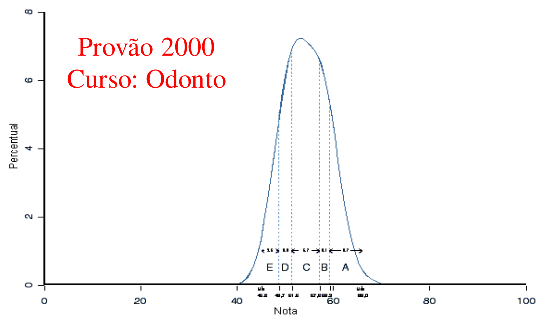
Coeficiente Quartílico

$$CQA = [(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)]/(Q_3 - Q_1)$$

Coeficiente do Momento

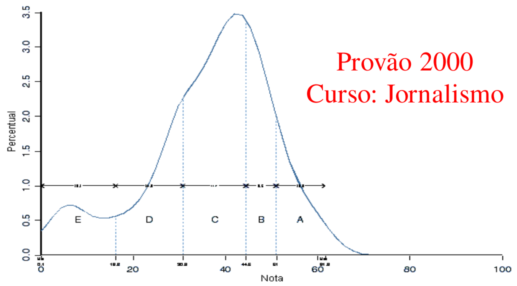
$$a_3 = m_3/s^3, \text{ onde } m_3 = \Sigma(X - \bar{X})^3/n$$

Coeficiente = 0 - Conjunto Simétrico



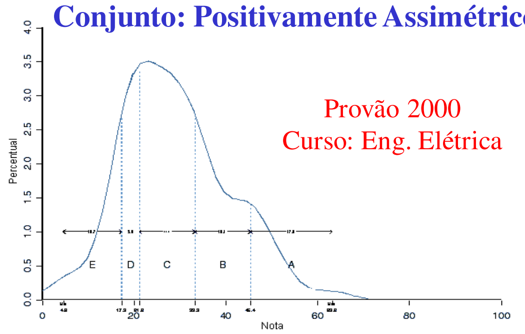
Coeficiente < 0

Conjunto: Negativamente Assimétrico



Coeficiente > 0

Conjunto: Positivamente Assimétrico



Medidas de Achatamento ou Curtose

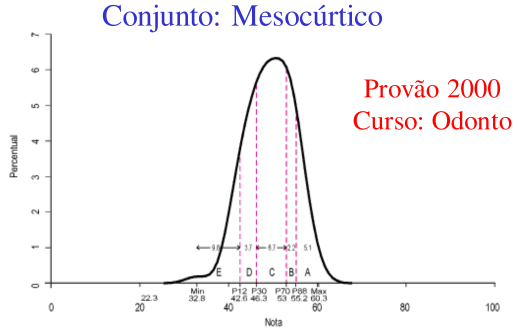
(*Kurtosis*)

Coeficiente de Curtose (momentos)

$$a_4 = m_4/s^4, \text{ onde } m_4 = \Sigma(X - \bar{X})^4/n$$

Coeficiente = 3 ou 0

Conjunto: Mesocúrtico

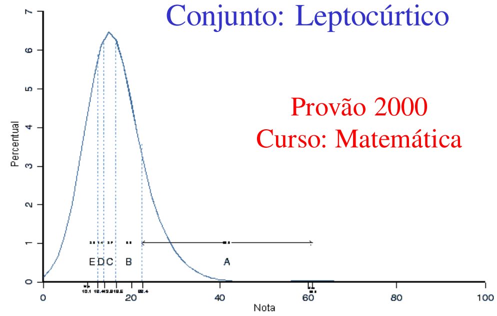


Provão 2000

Curso: Odonto

Coeficiente > 3 ou (> 0)

Conjunto: Leptocúrtico

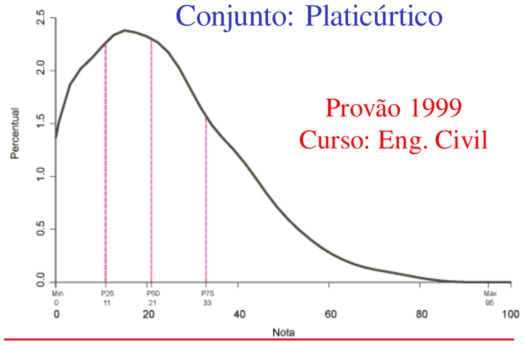


Provão 2000

Curso: Matemática

Coeficiente < 3 ou (< 0)

Conjunto: Platicúrtico



Provão 1999

Curso: Eng. Civil

Propriedades Das Medidas

Se $y = ax + b$

Então:

$$\bar{y} = a\bar{x} + b$$

$$s_y^2 = a^2 s_x^2$$

$$s_y = |a| s_x$$