Estatística Descritiva

Prof. Lorí Viali, Dr.
viali@mat.ufrgs.br
http://www.mat.ufrgs.br/~viali/

Conceitos Básicos

Coleção de números = estatísticas

- ✓ **O número de carros vendidos no país aumentou em 30%.**
- ✓ **A taxa de desemprego atinge, este mês, 7,5%.**
- ✓ **As ações da Telebrás subiram R$ 1,5, hoje.**
- ✓ **Resultados do Carnaval no trânsito: 145 mortos, 2430 feridos.**

Estatística: uma definição

A ciência de coletar, organizar, apresentar, analisar e interpretar dados numéricos com o objetivo de tomar melhores decisões.

Estatística (divisão)

Descritiva — Os procedimentos usados para organizar, resumir e apresentar dados numéricos.

Indutiva — A coleção de métodos e técnicas utilizados para estudar uma população baseado em amostras probabilísticas desta população.

População

A coleção de todos os possíveis elementos, objetos ou medidas de interesse.

Censo

Um levantamento efetuado sobre toda uma população é denominado de levantamento censitário ou simplesmente censo.

Amostra (*Sample*)

Uma porção ou parte de uma população de interesse.

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Amostragem

O processo de escolha de uma amostra da população é denominado de amostragem.

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

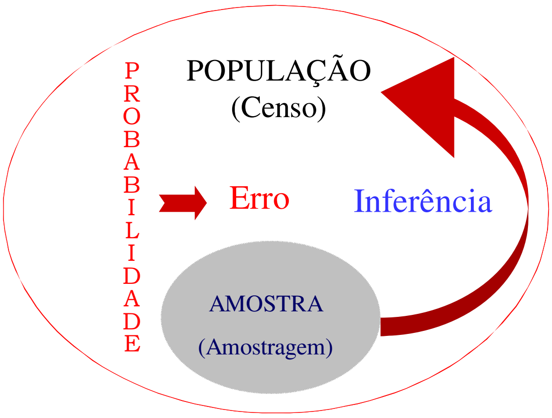
PROBABILIDADE (Matemática)

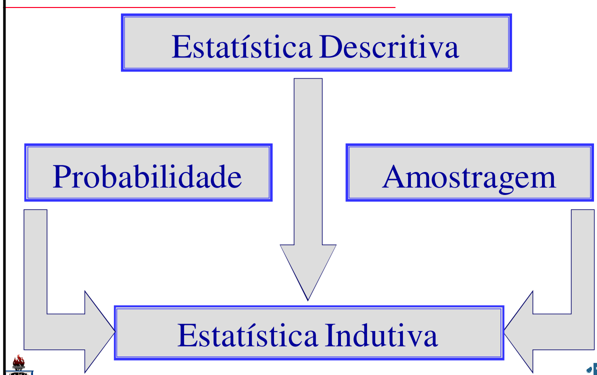
ESTATÍSTICA (Matemática Aplicada)

Univariada

Multivariada

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística





Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Estatística x Probabilidade

Faces	Probabilidades
1	1/6
2	1/6
3	1/6
4	1/6
5	1/6
6	1/6
Total	**1**

Faces	Freqüências
1	15
2	18
3	23
4	25
5	22
6	17
Total	**120**

Arredondamento

Todo arredondamento é um erro.

O erro deve ser evitado ou então minimizado.

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Regra básica:

Arrendondar sempre para o mais próximo.

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Exemplos

1,456 ⇨ 1,46

1,454 ⇨ 1,45

1,475 → É ímpar / Aumenta → 1,48

1,485 → É par / Não aumenta → 1,48

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

V A R I Á V E I S

- Qualitativas
  - Nominal
  - Ordinal
- Quantitativas
  - Discreta
  - Contínua

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Variável Qualitativa

Nominal ⇨ Sexo, Religião, Estado civil, Curso

Ordinal ⇨ Conceito, Grau de Instrução, Mês, Dia da semana

Prof. Lorí Viali, Dr. - UFRGS - Instituto de Matemática - Departamento de Estatística

Variável Quantitativa

DISCRETA

- Número de faltas
- Número de irmãos
- Número de acertos

CONTÍNUA

- Altura
- Área
- Peso
- Volume

Análise de Dados

Pequenos Conjuntos

Estatística Descritiva

- Organização;
- Resumo;
- Apresentação.

Conjunto de dados:

- Amostra

ou

- População

Um conjunto de dados é resumido de acordo com as seguintes características:

Amostra ou População

- Tendência ou posição central
- Dispersão ou variabilidade
- Assimetria (distorção)
- Achatamento ou curtose

Tendência ou Posição Central

(a)

As médias Simples

- Aritmética
- Geométrica
- Harmônica
- Quadrática
- Interna

A média Aritmética (*mean*)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} =$$

$$= \frac{1}{n}\sum x_i = \frac{\sum x_i}{n}$$

A média Geométrica

$$m_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \;\cdots\; x_n} =$$
$$= \sqrt[n]{\prod x_i}$$

A média Harmônica

$$m_h = \frac{1}{\dfrac{\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \ldots + \dfrac{1}{x_n}}{n}} =$$
$$= \frac{n}{\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \ldots + \dfrac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum \dfrac{1}{x_i}}$$

A média Quadrática

$$m_q = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots x_n^2}{n} =$$
$$= \frac{\sum x_i^2}{n}$$

A média Interna (*trimmed mean*)

É a mesma média aritmética só que aplicada sobre o conjunto onde uma parte dos dados (extremos) é descartada.

Exemplo

Conjuntos		Médias $\bar{x}$	m_g	m_h
4	6	5	4,9	4,8
1	9	5	3	1,8

Relação entre as médias

Dado um conjunto de dados qualquer, as médias aritmética, geométrica e harmônica mantém a seguinte relação:

$$\bar{x} \geq m_g \geq m_h$$

As médias Ponderadas:

- Aritmética
- Geométrica
- Harmônica
- Quadrática

A média Aritmética Ponderada

$$m_{ap} = \frac{x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \ldots + x_k \cdot w_k}{w_1 + w_2 + \ldots + w_k} = $$

$$= \frac{\sum x_i \cdot w_i}{\sum w_i}$$

A média Geométrica Ponderada

$$m_{gp} = \sqrt[\sum w_i]{x_1^{w_1} . x_2^{w_2} . \ldots x_k^{w_k}} =$$

$$= \sqrt[\sum w_i]{\prod x_i^{w_i}}$$

A média Harmônica Ponderada

$$m_{hP} = \frac{w_1 + w_2 + w_k}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \ldots + \frac{w_k}{x_k}} =$$

$$= \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}}$$

A média Quadrática Ponderada

$$m_{qp} = \frac{w_1 x_1^2 + w_2 x_2^2 + \ldots + w_k x_k^2}{w_1 + w_2 + \ldots + w_k} = \frac{\sum w_i x_i^2}{\sum w_i}$$

Exemplo

Produtos	p_{01}	p_{02}	q
Carne	4,80	5,52	5 kg
Cana	5,20	4,94	1 l
Ceva	0,80	0,92	12 lt
Pão	1,50	2,10	2 u
Total	--	--	--

P	p_{01}	p_{02}	α	p(0,t)
1	4,80	5,52	0,58	1,15
2	5,20	4,94	0,12	0,95
3	0,80	0,92	0,23	1,15
4	1,50	2,10	0,07	1,40
Total	--	--	1,00	--

Média aritmética ponderada dos relativos (aumentos) será:

$$m_{ap} = \frac{1{,}15.0{,}58 + 0{,}95.0{,}12 + 1{,}15.0{,}23 + 1{,}40.0{,}07}{0{,}57 + 0{,}12 + 0{,}23 + 0{,}07} =$$

$$= 1{,}1431 = 114{,}31\%$$

Por este critério o aumento foi de 14,31%.

Média geométrica ponderada dos relativos (aumentos) será:

$$m_{gp} = \sqrt[1]{1{,}15^{0{,}58}\, 0{,}95^{0{,}12}\, 1{,}15^{0{,}23}\, 1{,}40^{0{,}07}} =$$

$$= 1{,}15^{0{,}58}\, 0{,}95^{0{,}12}\, 1{,}15^{0{,}23}\, 1{,}40^{0{,}07} =$$

$$= 1{,}1390 = 113{,}90\%$$

Por este critério o aumento foi de 13,90%.

Média harmônica ponderada dos relativos (aumentos) será:

$$m_{hP} = \frac{1}{\frac{0{,}58}{1{,}15} + \frac{0{,}12}{0{,}95} + \frac{0{,}23}{1{,}15} + \frac{0{,}07}{1{,}40}} =$$

$$= 1{,}1348 = 113{,}48\%$$

Por este critério o aumento foi de 13,48%.

Tendência ou Posição Central

(b) A mediana (*median*)

É o valor que separa o conjunto em dois subconjuntos do mesmo tamanho.

$m_e = [x_{(n/2)} + x_{(n/2)+1}]/2$ se “n” é par

$m_e = x_{(n+1)/2}$ se “n” é ímpar

Separatrizes

A idéia de repartir o conjunto de dados pode ser levada adiante. Se ele for repartido em 4 partes tem-se os **QUARTIS**, se em 10 os **DECIS** e se em 100 os **PERCENTIS**.

Exemplo

Considere o seguinte conjunto:

1 -1 0 4 2 5 3

Como n = 7 (ímpar), então $x_{(n+1)/2} = x_4$

Ordenando o conjunto, tem-se:

-1 0 1 2 4 3 5

Então: $\mathbf{m_e = x_4 = 2}$

Se o conjunto for:

1 -1 0 4 2 5 3 -2

Tem-se: n = 8 (par)

Então $m_e = [x_{n/2}+x_{n/2+1)}]/2 = (x_4 + x_5)/2$

Ordenando o conjunto, tem-se:

-2 -1 0 1 2 3 4 5

$m_e = (x_4 + x_5)/2 = (1 + 2)/2 =$ **1,50**

(c) A moda (***mode***)

É o(s) valor(es) do conjunto que mais se repete(m).

Exemplo

Considere o conjunto

0 1 1 2 2 2 3 5

Então: $m_o = 2$

Pois, o **dois** é o que mais se repete (**três** vezes).

Considere o conjunto:

0 1 1 2 2 3 5

Então: $m_o = 1$ e $m_o = 2$

Conjunto bimodal

Considere o conjunto:

0 1 2 3 4 5 7

Este conjunto é **amodal**, pois todos os valores apresentam a mesma freqüência.

Dispersão ou Variabilidade

(a) A amplitude (h)

(b) O Desvio Médio (dma)

(c) A Variância (s^2)

(d) O Desvio Padrão (s)

(e) A Variância Relativa (g^2)

(f) O Coeficiente de Variação (s)

A Amplitude (range)

$$h = x_{máx} - x_{mín}$$

Considere o conjunto:

-2 -1 0 3 5

h = 5 – (-2) = **7**

O dma (*average deviation*)

Considere o conjunto:

-2 -1 0 3 5

A média é:

$$\bar{x} = \frac{-1-2+0+3+5}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

Calculando os desvios: $x_i - \bar{x}$

Tem-se:

$d_1 = -2 - 1 = -3$

$d_2 = -1 - 1 = -2$

$d_3 = 0 - 1 = -1$

$d_4 = 3 - 1 = 2$

$d_5 = 5 - 1 = 4$

Como pode ser visto a soma é igual a zero. Tomando o módulo vem:

$$dma = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} =$$

$$= \frac{|-3|+|-2|+|-1|+|+2|+|+4|}{5} =$$

$$= \frac{12}{5} = 2{,}40$$

A variância (*variance*)

Se ao invés de tomar o módulo, elevarmos ao quadrado, tem-se:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} =$$

$$= \frac{(-3)^2+(-2)^2+(-1)^2+2^2+4^2}{5} =$$

$$= \frac{9+4+1+4+16}{5} = \frac{34}{5} = 6{,}80$$

A variância de um conjunto de dados será:

$$s^2 = \frac{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+....+(x_n-\overline{x})^2}{n} =$$

$$= \frac{\sum(x_i-\overline{x})^2}{n}$$

$$\boxed{s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \overline{x}^2}$$

O Desvio Padrão (*standard deviation*)

É a raiz quadrada da variância

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\overline{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \overline{x}^2}$$

Se extrairmos a raiz quadrada teremos do resultado anterior teremos o desvio padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\overline{x})^2}{n}} = \sqrt{6{,}80} = 2{,}61$$

A Variância Relativa

$$g^2 = s^2 / \overline{x}^2$$

O Coeficiente de Variação

$$g = s / \overline{x}$$

O coeficiente de variação do exemplo anterior, será:

$$g = \frac{s}{\overline{x}} = \frac{2{,}6077}{1} = 260{,}77\%$$