Estatística Descritiva

Prof. Lorí Viali, Dr.
viali@mat.ufrgs.br
http://www.mat.ufrgs.br/~viali/

Conceitos Básicos

Coleção de números = estatísticas

- O número de carros vendidos no país aumentou em 30%.
- A taxa de desemprego atinge, este mês, 7,5%.
- As ações da Telebrás subiram R$ 1,5, hoje.
- Resultados do Carnaval no trânsito: 145 mortos, 2430 feridos.

Estatística: uma definição

A ciência de coletar, organizar, apresentar, analisar e interpretar dados numéricos com o objetivo de tomar melhores decisões.

Estatística (divisão)

Descritiva

Os procedimentos usados para organizar, resumir e apresentar dados numéricos.

Indutiva

A coleção de métodos e técnicas utilizados para estudar uma população baseado em amostras probabilísticas desta população.

População

A coleção de todos os possíveis elementos, objetos ou medidas de interesse.

Censo

Um levantamento efetuado sobre toda uma população é denominado de levantamento censitário ou simplesmente censo.

Amostra (*Sample*)

Uma porção ou parte de uma população de interesse.

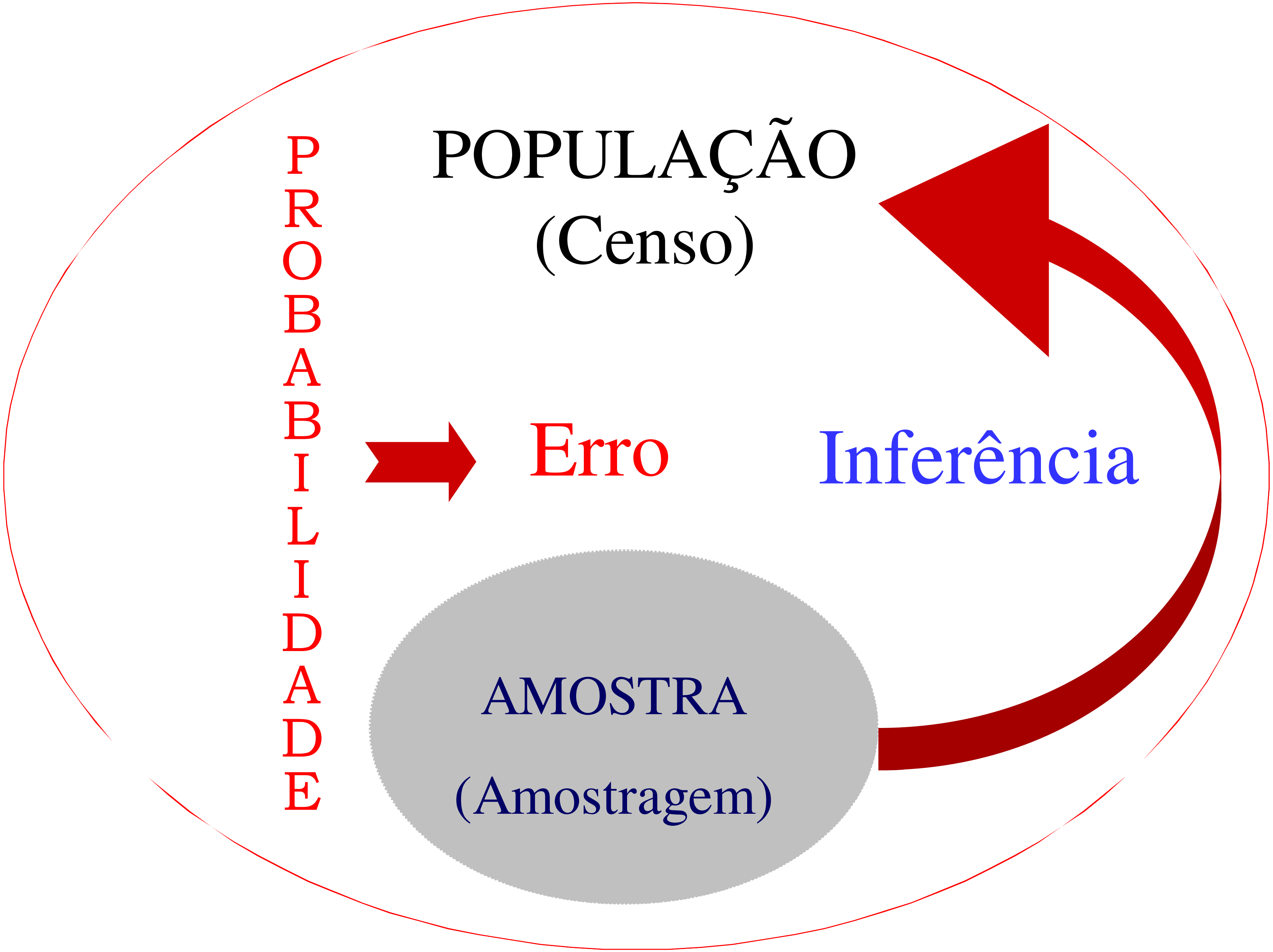
Amostragem

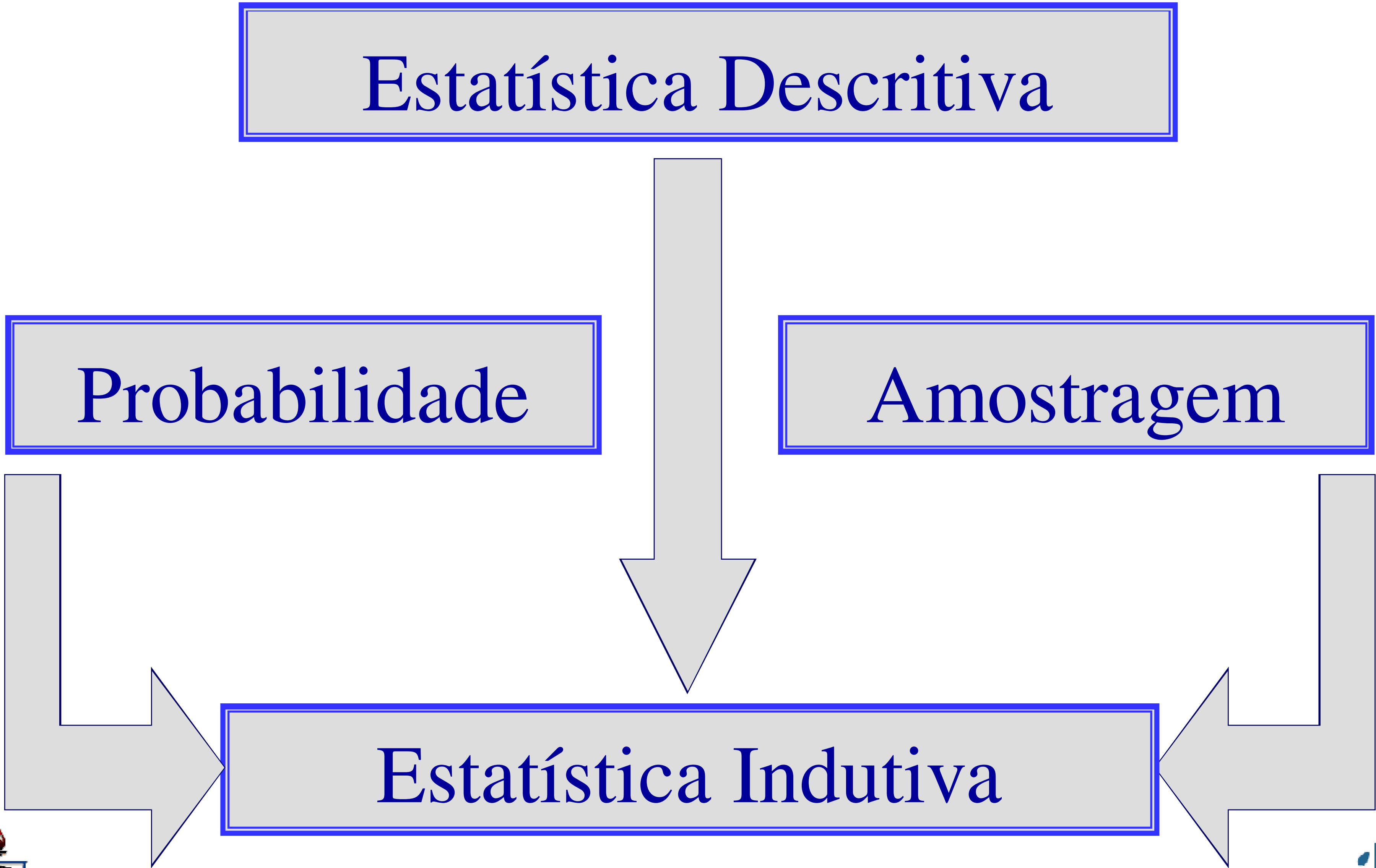
O processo de escolha de uma amostra da população é denominado de amostragem.

PROBABILIDADE
(Matemática)

ESTATÍSTICA
(Matemática Aplicada)

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Univariada} \\ \\ \text{Multivariada} \end{array} \right.$


POPULAÇÃO
(Censo)
PROBABILIDADE
Erro
Inferência
AMOSTRA
(Amostragem)


Estatística Descritiva
Probabilidade
Amostragem
Estatística Indutiva

Estatística x Probabilidade

Faces	Probabilidades
1	1/6
2	1/6
3	1/6
4	1/6
5	1/6
6	1/6
Total	**1**

Faces	Freqüências
1	15
2	18
3	23
4	25
5	22
6	17
Total	**120**

Arredondamento

Todo arredondamento é um erro.

O erro deve ser evitado ou então minimizado.

Regra básica:

Arrendondar sempre para o mais próximo.

Exemplos

1,456 → 1,46

1,454 → 1,45

1,475 $\xrightarrow[\text{Aumenta}]{\text{É ímpar}}$ 1,48

1,485 $\xrightarrow[\text{Não aumenta}]{\text{É par}}$ 1,48

V A R I Á V E I S

- Qualitativas
  - Nominal
  - Ordinal
- Quantitativas
  - Discreta
  - Contínua

Variável Qualitativa

Nominal

Sexo
Religião
Estado civil
Curso

Ordinal

Conceito
Grau de Instrução
Mês
Dia da semana

Variável Quantitativa

DISCRETA

Número de faltas

Número de irmãos

Número de acertos

CONTÍNUA

Altura

Área

Peso

Volume

Análise de Dados

Pequenos Conjuntos

Estatística Descritiva

- Organização;
- Resumo;
- Apresentação.

Conjunto de dados:

- Amostra

ou

- População

Um conjunto de dados é resumido de acordo com as seguintes características:

Amostra ou População

- Tendência ou posição central
- Dispersão ou variabilidade
- Assimetria (distorção)
- Achatamento ou curtose

Tendência ou Posição Central

(a)

As médias

Simples

- Aritmética
- Geométrica
- Harmônica
- Quadrática
- Interna

A média Aritmética (*mean*)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} =$$

$$= \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{\sum x_i}{n}$$

A média Geométrica

$$m_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \; \cdots \; x_n} =$$

$$= \sqrt[n]{\prod x_i}$$

A média Harmônica

$$m_h = \frac{1}{\dfrac{\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \ldots + \dfrac{1}{x_n}}{n}} =$$

$$= \frac{n}{\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \ldots + \dfrac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum \dfrac{1}{x_i}}$$

A média Quadrática

$$m_q = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots x_n^2}{n} =$$

$$= \frac{\sum x_i^2}{n}$$

A média Interna (*trimmed mean*)

É a mesma média aritmética só que aplicada sobre o conjunto onde uma parte dos dados (extremos) é descartada.

Exemplo

Conjuntos		Médias $\bar{x}$	m_g	m_h
4	6	5	4,9	4,8
1	9	5	3	1,8

Relação entre as médias

Dado um conjunto de dados qualquer, as médias aritmética, geométrica e harmônica mantém a seguinte relação:

$$\bar{x} \geq m_g \geq m_h$$

As médias

P
o
n
d
e
r
a
d
a
s

- Aritmética
- Geométrica
- Harmônica
- Quadrática

A média Aritmética Ponderada

$$m_{ap} = \frac{x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \ldots + x_k \cdot w_k}{w_1 + w_2 + \ldots + w_k} =$$

$$= \frac{\sum x_i \cdot w_i}{\sum w_i}$$

A média Geométrica Ponderada

$$m_{gp} = \sqrt[\sum w_i]{x_1^{w_1} \cdot x_2^{w_2} \cdot \ldots x_k^{w_k}} =$$

$$= \sqrt[\sum w_i]{\prod x_i^{w_i}}$$

A média Harmônica Ponderada

$$m_{hP} = \frac{w_1 + w_2 + w_k}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \ldots + \frac{w_k}{x_k}} =$$

$$= \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}}$$

A média Quadrática Ponderada

$$m_{qp} = \frac{w_1 x_1^2 + w_2 x_2^2 + \ldots + w_k x_k^2}{w_1 + w_2 + \ldots + w_k} = \frac{\sum w_i x_i^2}{\sum w_i}$$

Exemplo

Produtos	p_{01}	p_{02}	q
Carne	4,80	5,52	5 kg
Cana	5,20	4,94	1 l
Ceva	0,80	0,92	12 lt
Pão	1,50	2,10	2 u
Total	--	--	--

P	p_{01}	p_{02}	α	p(0,t)
1	4,80	5,52	0,58	1,15
2	5,20	4,94	0,12	0,95
3	0,80	0,92	0,23	1,15
4	1,50	2,10	0,07	1,40
Total	--	--	1,00	--

Média aritmética ponderada dos relativos (aumentos) será:

$$m_{ap} = \frac{1{,}15.0{,}58 + 0{,}95.0{,}12 + 1{,}15.0{,}23 + 1{,}40.0{,}07}{0{,}57 + 0{,}12 + 0{,}23 + 0{,}07} =$$

$$= 1{,}1431 = 114{,}31\%$$

Por este critério o aumento foi de 14,31%.

Média geométrica ponderada dos relativos (aumentos) será:

$$m_{gp} = \sqrt[1]{1{,}15^{0{,}58}\, 0{,}95^{0{,}12}\, 1{,}15^{0{,}23}\, 1{,}40^{0{,}07}} =$$

$$= 1{,}15^{0{,}58}\, 0{,}95^{0{,}12}\, 1{,}15^{0{,}23}\, 1{,}40^{0{,}07} =$$

$$= 1{,}1390 = 113{,}90\,\%$$

Por este critério o aumento foi de 13,90%.

Média harmônica ponderada dos relativos (aumentos) será:

$$m_{hP} = \frac{1}{\frac{0,58}{1,15} + \frac{0,12}{0,95} + \frac{0,23}{1,15} + \frac{0,07}{1,40}} =$$

$$= 1,1348 = 113,48\ \%$$

Por este critério o aumento foi de 13,48%.

Tendência ou Posição Central

(b) A mediana (*median*)

É o valor que separa o conjunto em dois subconjuntos do mesmo tamanho.

$m_e = [x_{(n/2)} + x_{(n/2)+1}]/2$ se "n" é par

$m_e = x_{(n+1)/2}$ se "n" é ímpar

Separatrizes

A idéia de repartir o conjunto de dados pode ser levada adiante. Se ele for repartido em 4 partes tem-se os **QUARTIS**, se em 10 os **DECIS** e se em 100 os **PERCENTIS**.

Exemplo

Considere o seguinte conjunto:

1 -1 0 4 2 5 3

Como n = 7 (ímpar), então $x_{(n+1)/2} = x_4$

Ordenando o conjunto, tem-se:

-1 0 1 2 4 3 5

Então: $\mathbf{m_e = x_4 = 2}$

Se o conjunto for:

1 -1 0 4 2 5 3 -2

Tem-se: n = 8 (par)

Então $m_e = [x_{n/2}+x_{n/2+1)}]/2 = (x_4 + x_5)/2$

Ordenando o conjunto, tem-se:

-2 -1 0 1 2 3 4 5

$\mathbf{m_e} = (x_4 + x_5)/2 = (1 + 2)/2 = \mathbf{1{,}50}$

(c) A moda (***mode***)

É o(s) valor(es) do conjunto que mais se repete(m).

Exemplo

Considere o conjunto

0 1 1 2 2 2 3 5

Então: $m_o = 2$

Pois, o **dois** é o que mais se repete (**três** vezes).

Considere o conjunto:

0 1 1 2 2 3 5

Então: $m_o = 1$ e $m_o = 2$

Conjunto bimodal

Considere o conjunto:

0 1 2 3 4 5 7

Este conjunto é **amodal**, pois todos os valores apresentam a mesma freqüência.

Dispersão ou Variabilidade

(a) A amplitude (h)

(b) O Desvio Médio (dma)

(c) A Variância (s^2)

(d) O Desvio Padrão (s)

(e) A Variância Relativa (g^2)

(f) O Coeficiente de Variação (s)

A Amplitude (range)

$$h = x_{máx} - x_{mín}$$

Considere o conjunto:

-2 -1 0 3 5

h = 5 – (-2) = **7**

O dma (*average deviation*)

Considere o conjunto:

-2 -1 0 3 5

A média é:

$$\bar{x} = \frac{-1-2+0+3+5}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

Calculando os desvios: $x_i - \bar{x}$

Tem-se:

$$d_1 = -2 - 1 = -3$$

$$d_2 = -1 - 1 = -2$$

$$d_3 = 0 - 1 = -1$$

$$d_4 = 3 - 1 = 2$$

$$d_5 = 5 - 1 = 4$$

Como pode ser visto a soma é igual a zero. Tomando o módulo vem:

$$\mathrm{dma} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} =$$

$$= \frac{|-3| + |-2| + |-1| + |+2| + |+4|}{5} =$$

$$= \frac{12}{5} = 2{,}40$$

A variância (*variance*)

Se ao invés de tomar o módulo, elevarmos ao quadrado, tem-se:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n} =$$

$$= \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 4^2}{5} =$$

$$= \frac{9 + 4 + 1 + 4 + 16}{5} = \frac{34}{5} = 6{,}80$$

A variância de um conjunto de dados será:

$$s^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + ... + (x_n - \overline{x})^2}{n} =$$

$$= \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n}$$

$$\boxed{s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \overline{x}^2}$$

O Desvio Padrão (*standard deviation*)

É a raiz quadrada da variância

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

Se extrairmos a raiz quadrada teremos do resultado anterior teremos o desvio padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{6,80} = 2,61$$

A Variância Relativa

$$g^2 = s^2 / \bar{x}^2$$

O Coeficiente de Variação

$$g = s / \bar{x}$$

O coeficiente de variação do exemplo anterior, será:

$$g = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2,6077}{1} = 260,77\%$$