01. Problema 31, p. 228 (Morettin)

Casal	Rendimento do Homem (X)	Rendimento da Mulher (Y)
1	10	5
2	10	10
3	5	5
4	10	5
5	15	5
6	10	10
7	5	10
8	15	10
9	10	10
10	5	10

(a) Construa a distribuição de probabilidade conjunta de X e Y.

(b) Determine as distribuições marginais de X e Y.

(c) X e Y são v. a. Independentes? Justifique.

(d) Calcule as medias e variâncias de X e Y e a covariância entre elas.

(e) Considere a variável aleatória Z igual a soma dos rendimentos de cada homem e cada mulher. Calcule a média e variância de Z.

(f) Supondo que todos os casais tenham a renda de um ano disponível, e que se oferecera ao casal escolhido a possibilidade de comprar uma casa pelo preço de 20, qual a probabilidade de que o casal escolhido possa efetuar a compra?

02. Sejam X e Y variáveis discretas com a seguinte distribuição conjunta de probabilidades:

X \ Y	2	3	4
1	0,06	0,15	0,09
2	0,14	0,35	0,21

Determinar:

(a) distribuição marginal de X

(b) distribuição marginal de Y

(c) X e Y são independentes?

03. Sejam X e Y VA discretas, independentes e com distribuição marginal dadas pelas tabelas. Determinar a distribuição conjunta (X, Y).

x	p(x)
1	0,6
2	0,4

y	p(y)
5	0,2
10	0,5
15	0,3

04. Sejam X e Y VAD com distribuição conjunta (X, Y) dada pela tabela de distribuição de probabilidades.

Y \ X	2	4	6
1	0,05	0,08	0,05
2	0,20	0,15	0,05
5	0,25	0,07	0,10

Considere as seguintes variáveis: Z = X + Y, W = X – Y e S = X.Y. Determine:

(a) E(Z) **(b)** E(W) **(c)** E(S).

05. As variáveis aleatórias X e Y tem a distribuição conjunta de probabilidades dada pela tabela.

X \ Y	1	2	3
4	0,2	0,15	b
5	a	0,15	0,15

Determine os valores de **a** e **b** para que as variáveis sejam independentes.

06. Dada a distribuição conjunta de probabilidades das variáveis (X, Y) dada pela tabela abaixo, determinar:

X \ Y	0	1	2	3
0	1/8	2/8	1/8	0
1	0	1/8	2/8	1/8

(a) E(2X - 3Y)

(b) VAR(2X - 3Y)

(c) Se X e Y são independentes.

07. Uma concessionária de automóveis vem mantendo semanalmente em estoque 2 carros importados e 3 de fabricação nacional, para atender aos seus clientes. Sejam X e Y as variáveis aleatórias que representam respectivamente o número de carros importados e o número de carros nacionais que ela vende ao longo de uma semana. Assim sendo, X pode assumir os valores 0, 1, 2 e Y os valores 0, 1, 2, 3. A função de probabilidade conjunta de X e Y é dada pela tabela abaixo:

X | Y	0	1	2	3
0	0,01	0,05	0,05	0,04
1	0,05	0,20	0,15	0,10
2	0,04	0,15	0,10	0,06

Qual a probabilidade de que, em uma determinada semana:

(a) Não seja vendido nenhum carro importado?

(b) Todos os carros nacionais sejam vendidos?

(c) Sejam vendidos no máximo um carro importado e um carro nacional?

(d) Sejam vendidos mais carros importados do que nacionais?

(e) Sejam vendidos ao todo pelo menos 4 carros?

08. Considerando novamente a concessionária do exercício anterior, obtenha:

(a) As distribuições condicionais de X dado Y e de Y dado X.

(b) Cov(X, Y) e ρ(X, Y).

09. Seja uma variável aleatória discreta bidimensional (X, Y) cuja distribuição de probabilidade conjunta é apresentada a seguir:

X \ Y	-1	0	1	Σ
-1	1/6	1/3	1/6	2/3
1	1/6	0	1/6	1/3
Σ	1/3	1/3	1/3	1

(a) Obtenha a Cov(X, Y).

(b) Obtenha a Cov(3X, X + Y).

10. Sejam W e Z duas variáveis aleatórias com as seguintes distribuições de probabilidade.

W \ Z	0	1	2
1	0,14	0,28	028
4	0,06	0,12	0,12

Determine:

(a) E(Z) R = 1

(b) V(W) R = 9

(c) Cov(W, Z) R = 0

(d) A distribuição de Z + W.

(e) A distribuição de ZW.

(f) A distribuição de Z – W.

(g) A correlação entre Z e W.