GOVERNO DO ESTADO DO PARANÁ
SECRETARIA DO ESTADO DA EDUCAÇÃO – SEED
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO – SUED
PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL - PDE

ROSANIA MARIA QUEIROZ

PROPOSTAS DE ATIVIDADES:

RAZÃO ÁUREA

IES: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA – UEL
ORIENTADOR: Prof. Dr. ULYSSES SODRÉ
ÁREA CURRICULAR: MATEMÁTICA

NOVEMBRO - 2007 - LONDRINA

ROSANIA MARIA QUEIROZ

PROPOSTAS DE ATIVIDADES

RAZÃO ÁUREA:

A BELEZA DE UMA RAZÃO SURPREENDENTE

Proposta apresentada ao PDE: Programa de Desenvolvimento Educacional
Orientador: Prof. Dr. Ulysses Sodré

UEL - LONDRINA – 2007

1. **Escolha da Miss Beleza Áurea e do Mister Beleza Áurea.**

Objetivo pedagógico:

- Tratar de um assunto normalmente não desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.
- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.
- Após realizar o estudo de sistemas de unidades de medidas de comprimento, cada grupo irá realizar na prática medidas de pessoas da própria classe.
- Estudar razões e proporções, utilizando tais conceitos para obter razões áureas dentre as medidas obtidas pelos grupos.
- Estudar a média aritmética e operar com esta média sobre as medidas obtidas dos colegas da turma.
- Mostrar que a Matemática está relacionada com a Biologia através das dimensões áureas de indivíduos.
- Encorajar o docente a apreciar a beleza matemática na natureza, na ciência, na arte e na estética.
- Mostrar que indivíduos que apresentam maior correlação numérica com a razão áurea, em geral, são mais bem aceitos socialmente em função da beleza estética.
- Mostrar que a Matemática possui aplicações práticas importantes na vida das pessoas e que tais relações são ignoradas por um número muito grande de docentes.
- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser tratada até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.
- Mostrar que a Matemática também pode contribuir para que as crianças desenvolvam a habilidade de comunicar suas ideais, pois é nos momentos de trabalhos em equipe e de apresentação dos mesmos que essa habilidade se desenvolve.
- Despertar a atitude positiva em relação à matemática, valorizando sua utilidade, sua lógica e sua beleza.
- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com o eixo Medidas.

Material necessário:

Fita métrica, calculadora, caneta, lápis, borracha, xerox da tabela para registrar as medidas dos alunos e xerox do texto “Razão Áurea e o Renascimento”, item 3.12

do trabalho de Rosania Maria Queiroz sobre "Razão Áurea", disponível em http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf

Encaminhamento Metodológico:

Após a leitura do texto "Razão áurea e o Renascimento", em sala de aula, será realizada uma discussão geral sobre o assunto. O professor poderá utilizar a tv pen-drive para mostrar aos alunos imagem do "Homem Vitruviano", que pode ser encontrada no mesmo link. Essa imagem apresenta as razões entre as partes do corpo humano destacadas, o que facilitará o entendimento. Após discussão sobre o texto, os alunos formarão pequenos grupos (mínimo 4, máximo 6 pessoas).

Após a formação dos grupos, cada equipe receberá do professor uma ficha conforme o modelo abaixo. De posse do material necessário, eles realizarão as medições de cada elemento da equipe, as quais serão registradas na ficha. Na seqüência, efetuarão o cálculo das razões pré-estabelecidas e da média aritmética dessas razões, referente a cada elemento da equipe. Concluído o cálculo das médias aritméticas, verificar qual delas se aproxima mais da razão áurea em cada equipe. Dando seqüência ao trabalho, verificar na sala de aula a média aritmética das razões que mais se aproxima da razão áurea. O aluno que obtiver a média aritmética das razões mais próxima da razão áurea será o "Mister Beleza Áurea" ou a "Miss Beleza Áurea". Concluída esta etapa do trabalho, o professor irá analisar a receptividade dessa beleza por parte da turma.

Medidas		Alunos					
		1	2	3	4	5	6
01	Altura do aluno.						
02	Comprimento do umbigo até o chão.						
03	Razão entre as medidas 01 e 02.						
04	Comprimento do braço, do ombro até a extremidade do dedo médio.						
05	Medida do cotovelo até a extremidade do dedo médio.						
06	Razão entre as medidas 04 e 05.						
07	Medida do comprimento da perna.						
08	Medida do comprimento do joelho até o chão.						
09	Razão entre as medidas 07 e 08.						
10	Média aritmética das razões 03, 06 e 09.						

2. Teorema de Pitágoras e a retângulo áureo

Objetivo pedagógico:

- Trabalhar o assunto de uma forma diferente daquela normalmente apresentada nos livros didáticos de Matemática no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.

- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.

- Após realizar o estudo de sistemas de unidades de medidas de superfície, cada grupo irá calcular a área de diferentes polígonos regulares, cujas medidas dos lados correspondem às medidas dos catetos e da hipotenusa de triângulos retângulos.

- Estudar áreas de polígonos regulares e utilizar tais conceitos para obter tais áreas cujas medidas dos lados desses polígonos correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de triângulos retângulos

- Estudar o Teorema de Pitágoras e aplicar este Teorema para constatar a veracidade do mesmo não só na superfície do quadrado, mas em superfícies de outros polígonos regulares cujas medidas dos lados correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo.

- Construir retângulos áureos cujas medidas das bases correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo.

- Calcular as superfícies dos retângulos áureos cujas medidas das bases correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo e verificar o Teorema de Pitágoras nesses retângulos.

- Perceber que os retângulos áureos e os triângulos isósceles cujas bases correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de triângulos retângulos, mesmo não sendo regulares, mantém a proporcionalidade entre as suas dimensões o que garante a veracidade do Teorema de Pitágoras.

- Mostrar que o retângulo áureo é uma figura geométrica esteticamente agradável.

- Mostrar que é possível trabalhar os Conteúdos Estruturantes dos Ensinos Fundamental e Médio de forma articulada, envolvendo Números, Operações, Álgebra, Medidas e Geometria.

- Mostrar que a Matemática possui aplicações práticas importantes na vida das pessoas e que muitas dessas relações são ignoradas por um número grande de docentes.

- Mostrar que é possível trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de uma forma agradável aos alunos e professores.

- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com os eixos Medidas e Geometrias

Material necessário: Régua, compasso, transferidor, calculadora, caneta, lápis, borracha, papel e xérox do texto "Razão áurea e o Teorema de Pitágoras", item 3.3 do trabalho "Razão Áurea" de Rosania Maria Queiroz, disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf,

Encaminhamento Metodológico:

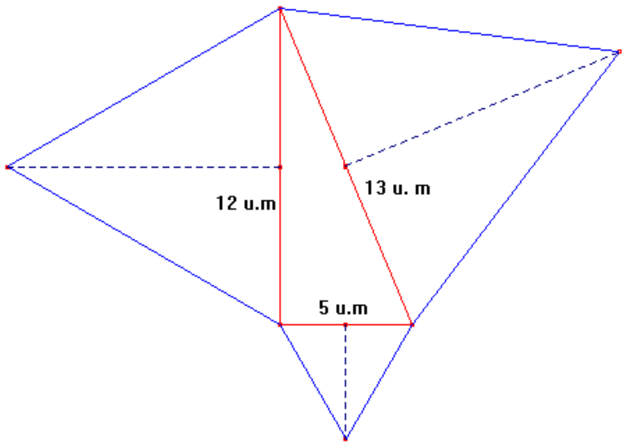
Após a leitura do texto "Razão áurea e o Teorema de Pitágoras", na sala de aula, será realizada uma discussão sobre o assunto. O professor poderá assistir ao vídeo Teorema de Pitágoras do Prof. Wagner do IMPA e posteriormente repassar aos alunos em sala de aula, pois o mesmo apresenta excelente informação sobre o assunto. Este vídeo está disponível para fazer o download desde que seja para fins educacionais no site http://strato.impa.br/capem_jul2006.html.

Após discussão sobre o assunto, os alunos formarão pequenos grupos (mínimo 4, máximo 6 pessoas). Cada equipe deverá utilizar o material necessário para construir um triângulo retângulo na proporção 5:12:13 e tendo como base as medidas dos catetos e da hipotenusa, um dos seguintes polígonos:

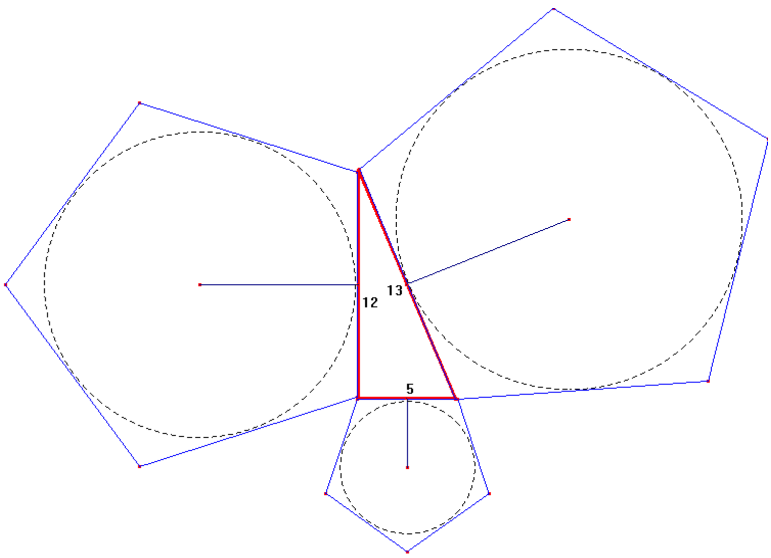
Equipes	Polígonos que deverão ser construídos
Equipe 1	Triângulos eqüiláteros
Equipe 2	Pentágonos regulares
Equipe 3	Hexágonos regulares
Equipe 4	Semicírculos
Equipe 5	Retângulos áureos
Equipe 6	Triângulos isósceles cuja medida da altura é o dobro da medida da base

O desafio é calcular a área das figuras construídas tendo como base as medidas dos catetos e da hipotenusa do triângulo retângulo na proporção 5:12:13 e fazer a verificação do Teorema de Pitágoras. Após a construção das figuras geométricas, cálculo das superfícies e verificação do Teorema de Pitágoras, cada equipe fará a apresentação aos demais colegas dos resultados obtidos e da conclusão a que chegaram.

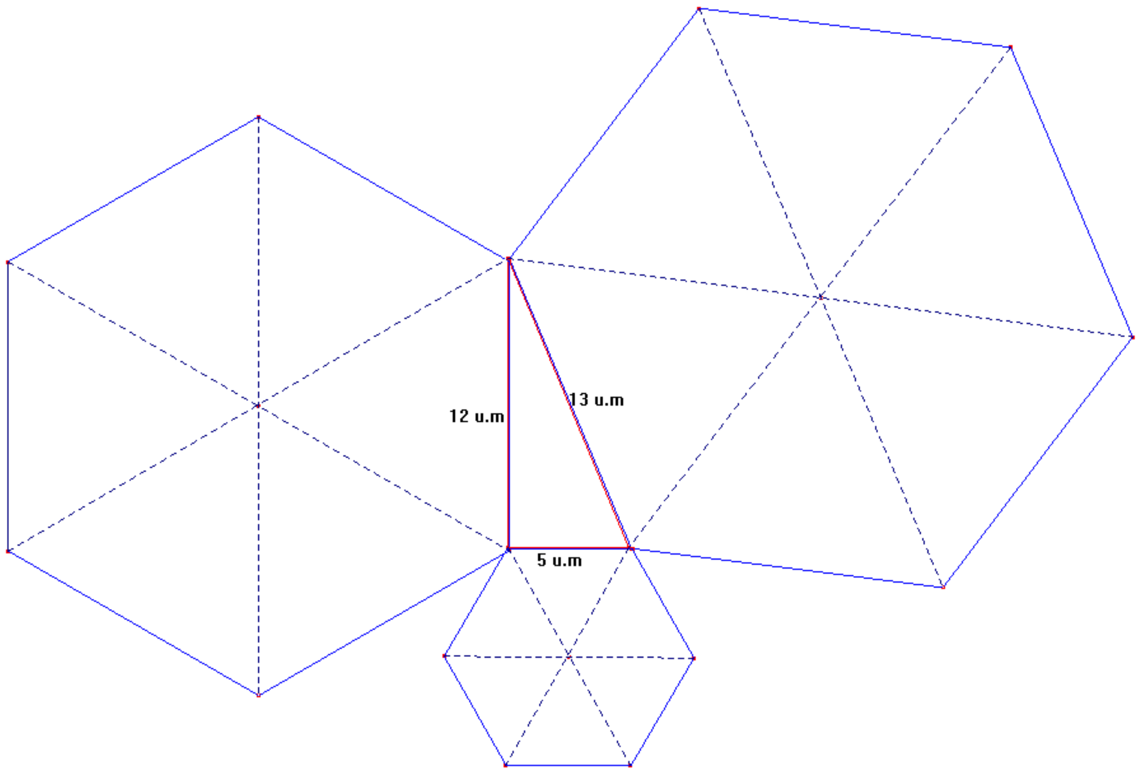
Equipe 01: Construir triângulos eqüiláteros de modo que as suas bases correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo na proporção 5:12:13. Após a construção, fazer a verificação do Teorema de Pitágoras nas superfícies dos triângulos eqüiláteros.



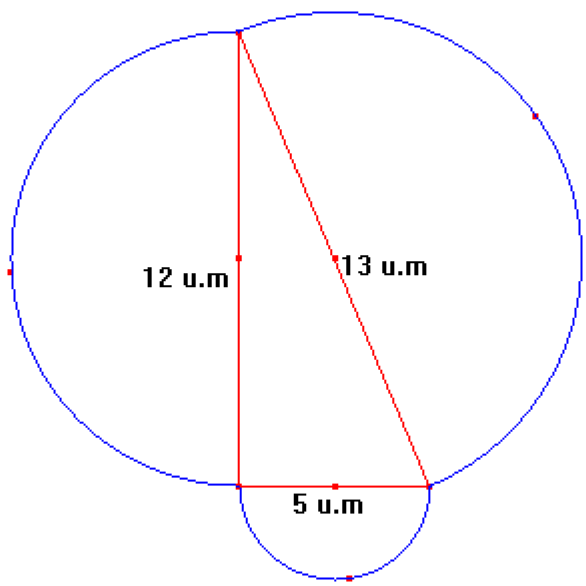
Equipe 02: Construir pentágonos regulares cujas medidas dos lados correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo na proporção 5:12:13 unidades de medidas. Após a construção, fazer a verificação do Teorema de Pitágoras nas superfícies dos pentágonos regulares.



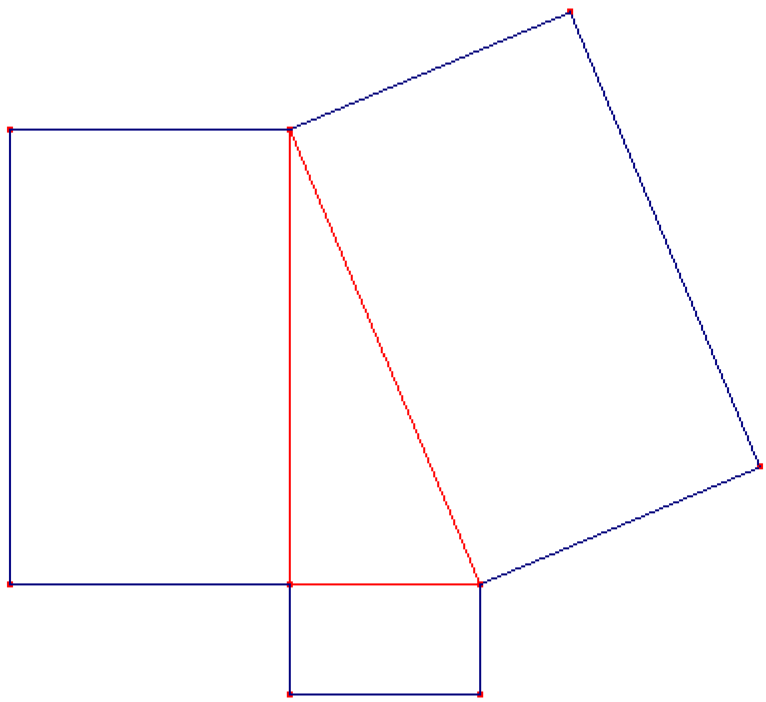
Equipe 03: Construir hexágonos regulares cujas medidas dos lados correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo na proporção 5:12:13. Após a construção, fazer a verificação do Teorema de Pitágoras na superfície dos hexágonos regulares.



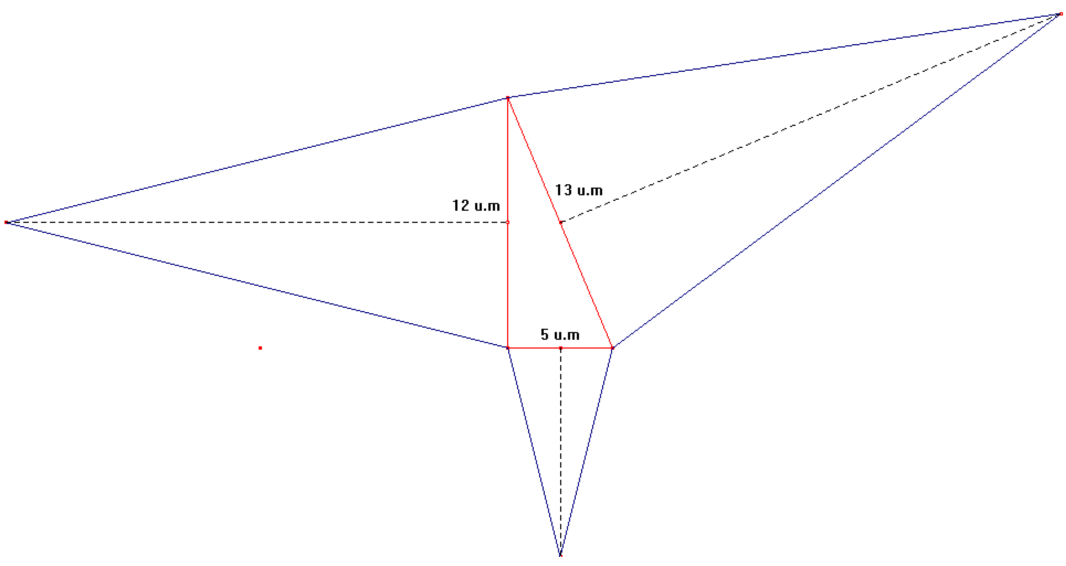
Equipe 04: Construir semicírculos cujos diâmetros correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo na proporção 5:12:13. Após a construção, fazer a verificação do Teorema de Pitágoras.



Equipe 05: Construir retângulos áureos cujas bases correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo na proporção 5:12:13. Após a construção verificar o Teorema de Pitágoras nas áreas destes retângulos áureos.



Equipe 06: Construir triângulos isósceles cujas bases correspondam às medidas dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo na proporção 5:12:13 e sua altura seja o dobro da sua base. Após a construção, fazer a verificação do Teorema de Pitágoras nas superfícies dos triângulos isósceles.



3. Relações áureas em objetos que têm a forma retangular

Objetivo pedagógico:

- Tratar de um assunto que, em geral, não é desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.
- Realizar trabalhos em equipe, interagindo com as respostas obtidas por outros grupos.
- Após estudar sistemas de unidades de medidas de comprimento, cada grupo irá realizar na prática medidas de objetos que têm a forma retangular.
- Estudar razões e proporções, utilizando tais conceitos para obter razões entre as dimensões de objetos na forma retangular.
- Identificar objetos do cotidiano na forma retangular que apresentam a razão áurea entre suas dimensões ou uma razão que se aproxima da razão áurea.
- Mostrar que a Matemática está presente no nosso dia-a-dia.
- Mostrar que a Matemática pode ser utilizada para proporcionar beleza estética aos objetos do nosso cotidiano.
- Mostrar que a Matemática possui aplicações práticas importantes na vida das pessoas e que tais relações são ignoradas por um número muito grande de docentes.
- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser compreendida até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.
- Mostrar que é possível trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de forma agradável e prazerosa aos alunos e professores.
- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com os eixos Medidas e Geometrias.

Material necessário: Objetos do cotidiano que possuem a forma retangular, régua, calculadora, caneta, lápis, borracha, xérox do texto "O Retângulo Áureo", item 2.4 do trabalho sobre Razão Áurea de Rosania Maria Queiroz, disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf, e xerox da tabela com o nome dos objetos que serão medidos.

Encaminhamento Metodológico:

Após leitura do texto "O Retângulo Áureo", será realizada uma discussão geral sobre o assunto. O professor poderá utilizar a tv pen-drive para mostrar aos alunos imagens do retângulo áureo e da construção geométrica deste retângulo que podem ser encontradas no mesmo link. Após a discussão sobre o assunto, os alunos formarão pequenos grupos (mínimo 4, máximo 6 pessoas).

Após a formação dos grupos, utilizando a régua, cada equipe irá medir o comprimento e a largura de objetos que possuem a forma retangular e registrá-las numa folha de papel. O professor poderá sugerir os objetos que serão medidos ou deixar a escolha livre para cada grupo. Após medir o comprimento e a largura, calcular a razão entre essas dimensões de cada objeto, as quais também serão registradas. Concluído o cálculo das razões, cada equipe verificará qual objeto possui a razão entre suas dimensões mais próxima da razão áurea. Dando seqüência ao trabalho, cada equipe apresentará aos demais colegas o resultado do seu trabalho. Concluídas as apresentações o professor poderá falar do valor estético no formato retangular de objetos, visto que muitos deles apresentam a razão entre suas dimensões bem próximo à razão áurea.

Apresentamos algumas sugestões, porém, a tabela poderá ser preenchida com o nome de outros objetos escolhidos pelo professor ou pelos alunos.

Objeto	Comprimento (a)	Largura (b)	Razão a/b
Carteira de Identidade			
Carteira de motorista			
Cartão de Banco			
Cartão do CPF			
Capa do livro de matemática			
Capa de um caderno			
Escrivaninha do aluno			
Capa da agenda do aluno			
Monitor do computador			
Tela do aparelho de TV			
Porta da geladeira			
Bandeira de um time			

4. Relações áureas em Biologia: Número de pétalas de flores

Objetivo pedagógico:

- Tratar de um assunto normalmente não desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.
- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.
- Observar que em muitas flores o número de pétalas corresponde a números da seqüência de Fibonacci.
- Identificar quais as flores que apresentam o número de pétalas correspondentes a números da Seqüência de Fibonacci.
- Mostrar que a beleza estética das flores está relacionada com a Matemática.
- Mostrar que a Matemática está relacionada com a Biologia através do número de pétalas de muitas flores.
- Mostrar que a Matemática possui aplicações práticas importantes na natureza e que tais relações são ignoradas por muitos docentes.
- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser compreendida até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.
- Mostrar que é possível trabalhar a ciência de forma agradável e prazerosa aos alunos e professores.
- Mostrar que é possível realizar trabalhos de observação na natureza preservando os exemplares.

Material necessário: Exemplares de flores ou imagem de flores, nas quais seja possível contar o número de pétalas, xérox do texto "Razão áurea e Fibonacci", item 3.5 do trabalho sobre Razão Áurea de Rosania Maria Queiroz, disponível em http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf,

Encaminhamento Metodológico:

Após leitura do texto "Razão áurea e Fibonacci" em sala de aula, será realizada uma discussão geral sobre o assunto. O professor poderá orientar os alunos a acessar páginas na Internet onde é possível visualizar imagens de diferentes flores, sendo possível contar o número de pétalas em muitas delas.

Os alunos formarão pequenos grupos (mínimo 4, máximo 6 elementos). Este é um trabalho de pesquisa que pode ser desenvolvido fora do ambiente escolar, evitando desta forma a destruição do Meio Ambiente. Pode-se determinar o número mínimo de flores que cada equipe deverá observar e contar o número de pétalas. Após o trabalho de pesquisa de campo, cada equipe poderá apresentar aos demais colegas o resultado da sua pesquisa. O professor poderá aproveitar o momento para mostrar aos alunos que muitas flores da natureza possuem o número de pétalas correspondente a números da seqüência de Fibonacci. Poderá também, trabalhar a importância de preservar o Meio Ambiente.

Na tabela abaixo algumas sugestões, o professor poderá sugerir outras espécies de flores ou ainda deixar em aberto para que os alunos escolham as flores que eles querem observar.

Flor	N° de Pétalas
Íris	
Primavera	
Tasneira	
Margarida	

5. Relações áureas e disposição das folhas em diferentes plantas

Objetivo pedagógico:

- Tratar de um assunto normalmente não desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.

- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.

- Estudar razões e proporções, utilizando tais conceitos para obter a razão entre o número de voltas que as folhas dão em torno do caule e o número de folhas que existe até o nascimento de outra folha que se sobreponha à primeira em diferentes plantas.

- Observar que as razões obtidas no item anterior são números da seqüência de Fibonacci.

- Mostrar que a Matemática está relacionada com a Biologia não só com o número de pétalas das flores, mas também através da disposição das folhas no caule de diferentes espécies de plantas.

- Encorajar docentes e alunos a apreciar a beleza matemática na disposição das folhas em diferentes plantas da natureza.

- Mostrar que a Matemática possui muitas aplicações na Biologia e que tais relações são ignoradas por muitos docentes.

- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser compreendida até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.

- Mostrar que é possível lecionar matemática de uma forma agradável e prazerosa, despertando assim o interesse de muitos alunos.

- Mostrar que a Matemática contribui para que as crianças desenvolvam a habilidade de comunicar suas idéias, pois é nos momentos de trabalhos em equipe e de apresentação dos mesmos que essa habilidade se desenvolve.

- Despertar atitudes positivas em relação à matemática, valorizando sua utilidade, lógica e beleza.

Material necessário:

Exemplares de galhos com folhas ou imagens de galhos nas quais seja possível observar a disposição das folhas, xérox do texto "Razão áurea e Fibonacci", item 3.5 do trabalho sobre Razão Áurea de Rosania Maria Queiroz, disponível em http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf, *Encaminhamento Metodológico*:

Após a leitura do texto "Razão áurea e Fibonacci" em sala de aula, será realizada uma discussão geral sobre o assunto. O professor poderá convidar um professor de Biologia ou alguém que trabalhe com plantas e que possa levar para a sala de aula alguns exemplares para mostrar aos alunos a disposição das folhas nos galhos e explicar o porquê desta disposição.

Após observação de alguns exemplares, o professor poderá propor como pesquisa de campo um trabalho para ser realizado em pequenos grupos. Cada grupo deverá fazer a observação em outras plantas. Depois, tendo em mãos o resultado das pesquisas dos alunos, o professor poderá mostrar aos mesmos que a razão entre o número de voltas e a quantidade de folhas em muitas plantas são números da Seqüência de Fibonacci. Poderá aproveitar o momento para despertar nos alunos a apreciação da beleza e da estética nas plantas bem como a importância de preservar o Meio Ambiente.

6. Razões áureas na Pintura: Composição com retângulos

Objetivo pedagógico:

- Tratar detalhes sobre Pintura e Arte relacionados com a Matemática, os quais normalmente não vêm sendo desenvolvidos no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.

- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.

- Após realizar composição com retângulos, identificar dentre eles os três que apresentam beleza estética mais agradável.

- Após estudar sistemas de unidades de medidas de comprimento, realizar medições das dimensões dos retângulos escolhidos.

- Estudar razões e proporções, utilizando tais conceitos para obter a razão entre as dimensões de cada um dos retângulos escolhidos.

- Observar se a razão entre as dimensões de cada retângulo escolhido aproxima-se da razão áurea.

- Mostrar que a razão entre as dimensões dos retângulos considerados esteticamente agradáveis aproxima-se da razão áurea.

- Mostrar que a Matemática pode ser utilizada para proporcionar beleza estética às obras de arte.

- Mostrar que a Matemática possui aplicações práticas importantes na arte e que tais relações são ignoradas por muitos docentes.

- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser compreendida até mesmo por alunos com dificuldades matemáticas.

- Mostrar que se pode trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de modo agradável e prazeroso.

- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com os eixos Medidas Geometrias e Tratamento da informação.

Material necessário:

Papel sulfite, régua, lápis, borracha, lápis de cor e xérox do texto “Razão áurea e Mondrian”, item 3.11 do trabalho sobre Razão Áurea de Rosania Maria Queiroz disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf, *Encaminhamento Metodológico*:

Após leitura do texto "Razão áurea e Mondrian", será realizada discussão geral sobre o assunto. O professor poderá utilizar a tv pen-drive para mostrar aos alunos imagens de quadros de Pieter Cornelis Mondrian, que podem ser obtidas no endereço http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Mondrian2.htm dentre as páginas da Web que conhecemos, esta oferece excelentes imagens. Após a discussão sobre a vida e obras de Pieter Corelis Mondrian os alunos formarão pequenos grupos (mínimo 4, máximo 6 pessoas).

Após a formação dos grupos, utilizando papel sulfite, régua e lápis preto cada aluno fará uma composição com retângulos. Na seqüência, colorir os retângulos de acordo com a preferência. Uma vez coloridos os retângulos, cada aluno irá escolher os três que em sua opinião apresentam estética mais agradável. Após a escolha dos retângulos, os mesmos serão enumerados da seguinte forma: O retângulo número um será o retângulo preferido do aluno, na seqüência, de acordo com a preferência, os retângulos dois e três. Utilizando régua, medir as dimensões dos retângulos enumerados e completar a tabela abaixo:

Retângulo	Comprimento (a)	Largura (b)	Perímetro	Área	Razão a/b
Número 1					
Número 2					
Número 3					

Ao término do trabalho, o professor poderá fazer um levantamento para saber a porcentagem de alunos que escolheu como retângulo preferido o que apresenta a razão áurea entre as suas dimensões, podendo desta forma confirmar ou não, as pesquisas realizadas pelo psicólogo alemão Gustav Fechner em 1876. Essas pesquisas foram repetidas mais tarde por outros psicólogos e apresentaram resultados semelhantes à primeira. Todas concluíram que o retângulo cuja razão entre suas dimensões se aproxima do número áureo é o retângulo esteticamente preferido pela maioria das pessoas.

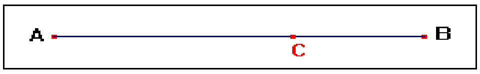
7. Divisão de um segmento em média e extrema razão

Objetivo pedagógico:

- Tratar de um tópico que não é desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.

- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.

- Após estudar sistemas de unidades de medidas de comprimento, traçar um segmento de extremidades A e B e localizar neste segmento um ponto C, fazendo variar a medida dos segmentos AC e CB de modo que o segmento AC seja sempre maior que CB.



- Estudar razões e proporções, utilizando tais conceitos para obter a razão entre os segmentos $\boxed{\frac{m(AB)}{m(AC)} \; e \; \frac{m(AC)}{m(CB)}}$.

- Mostrar que podemos localizar o ponto C entre A e B de tal forma que a razão entre os segmentos $\boxed{\frac{m(AB)}{m(AC)} \; e \; \frac{m(AC)}{m(CB)}}$ seja o número Phi = 1,618... ou um número próximo de Phi.

- Mostrar que quando o ponto C divide o segmento AB em outros dois segmentos de modo que a razão entre $\boxed{\frac{m(AB)}{m(AC)} \; e \; \frac{m(AC)}{m(CB)}}$ seja igual ou aproximadamente o número Phi, significa que na terminologia dos matemáticos antigos o segmento AB está dividido pelo ponto C em "extrema e média razão"; divisão essa que Kepler denominou "divina proporção".

- Mostrar que a Matemática pode ser utilizada para proporcionar beleza estética à divisão de um segmento.

- Mostrar que a razão áurea possui aplicações na geometria e que tais relações são ignoradas por muitos docentes.

- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser compreendida até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.

- Mostrar que é possível trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de uma forma agradável e prazerosa.

- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com os eixos Medidas Geometrias.

Material necessário:

Caderno, régua, lápis, borracha, calculadora e xérox do texto "Obtenção geométrica do número Phi", item 2.3 do trabalho sobre Razão Áurea de Rosania Maria Queiroz disponível em http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf,

Encaminhamento Metodológico:

Após leitura do texto "Obtenção geométrica do número Phi", em sala de aula, será realizada discussão geral sobre o assunto. O professor poderá utilizar a TV pen-drive para mostrar aos alunos imagens de segmentos divididos em média e extrema razão, que podem ser obtidas no link citado anteriormente. Após a discussão sobre o assunto, os alunos formarão pequenos grupos (mínimo 4, máximo 6 pessoas).

Cada equipe irá trabalhar com uma medida para o segmento AB.

Apresentamos a seguinte sugestão:

Número da Equipe	Medida do Segmento AB
01	4 cm
02	5 cm
03	6 cm
04	7 cm
05	8 cm
06	9 cm
07	10 cm
08	11 cm
09	12 cm
10	13 cm

Dado um segmento AB e um ponto C entre A e B. O ponto C dividirá o Segmento AB em dois segmentos: AC e CB. Fazer variar a posição deste ponto de modo que as razões: $\boxed{\dfrac{m(AB)}{m(AC)} = \dfrac{m(AC)}{m(CB)}}$ ou tenham a maior aproximação possível.

8. Construção do Pentágono Regular

Objetivo pedagógico:

- Tratar das relações áureas no pentágono, assunto que normalmente não é desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.

- Realizar trabalhos em equipe, interagindo com as respostas obtidas por outros grupos.

- Após estudar polígonos regulares, cada grupo traçará uma circunferência com um raio pré-determinado pelo professor, inscrever nessa circunferência um pentágono regular.

- Nomear os vértices desse pentágono, traçar as diagonais e marcar o ponto F, que é o ponto de interseção entre as diagonais AD e BE.

- Mostrar que ao traçar as diagonais de um pentágono regular obtém-se o pentagrama, símbolo e emblema da Sociedade Pitagórica.

- Estudar razões e proporções, usando tais conceitos para obter a razão entre a diagonal AD e o segmento DF. Calcular também a razão entre o segmento DF e o segmento AF.

- Comparar as razões obtidas: $\boxed{\dfrac{m(AD)}{m(DF)}\ e\ \dfrac{m(DF)}{m(AF)}}$.

- Mostrar que o ponto de intersecção entre duas diagonais de um pentágono divide essas diagonais em “extrema e média razão”.

- Encorajar docentes e alunos a apreciar a beleza matemática deste polígono regular e as relações dele com a razão áurea.

- Mostrar que o fascínio dos antigos membros da Sociedade Pitagórica pelo dodecaedro provavelmente deve-se ao fato de que as suas faces têm a forma de pentágonos regulares e estes por sua vez, relacionam-se fortemente com a razão áurea.

- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser tratada até mesmo por alunos com dificuldades matemáticas.

- Mostrar que se pode trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de forma agradável e prazerosa.

- Mostrar que a Matemática também contribui para que os alunos desenvolvam a habilidade de comunicar suas idéias, pois é nos momentos de trabalhos em equipe e de apresentação dos mesmos que essa habilidade se desenvolve.

- Despertar atitudes positivas em relação à matemática, valorizando a sua utilidade, lógica e beleza.

- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com os eixos Medidas Geometrias.

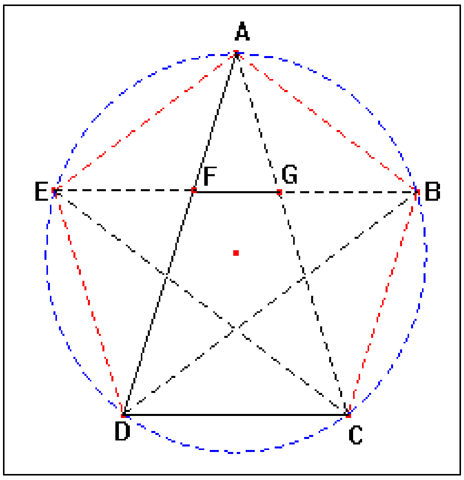
Material necessário:

Compasso, régua, caneta, lápis, borracha, caderno, xérox do texto "A razão áurea e os pitagóricos" item 3.2 do trabalho sobre Razão Áurea de Rosania Maria Queiroz, disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf,

Encaminhamento Metodológico:

Após leitura do texto "A razão áurea e os pitagóricos" em sala de aula, será realizada uma discussão geral sobre o assunto. Após a discussão sobre o assunto, os alunos formarão pequenos grupos (mínimo 4, máximo 6 pessoas).Em equipe, utilizando compasso, os alunos irão traçar uma circunferência cuja medida do raio seja um valor arbitrário.

Após traçar a circunferência, construir um pentágono regular inscrito nesta circunferência utilizando transferidor e régua. Ao concluir a construção do pentágono regular, marcar os pontos: A, B, C, D e E nos seus vértices. Traçar as diagonais do pentágono, obtendo assim o pentagrama, conforme figura abaixo:



Obtido o pentagrama, utilizar a régua para medir a diagonal AD, o segmento DF, segmento AF, segmento DC e segmento FG.

Após obter essas medidas, calcular as seguintes razões:

- $\boxed{\dfrac{m(AD)}{m(DF)} =}$
- $\boxed{\dfrac{m(DF)}{m(AF)} =}$
- $\boxed{\dfrac{m(AD)}{m(DC)} =}$
- $\boxed{\dfrac{m(AF)}{m(FG)} =}$

A que conclusão chegou a equipe?

Na seqüência, as equipes apresentarão aos demais colegas a conclusão obtida.

9. Construção da Espiral Áurea a partir da justaposição de quadrados

Objetivo pedagógico

- Tratar de um assunto normalmente não desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.
- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.
- Após realizar o estudo de sistemas de unidades de medidas de comprimento, cada grupo irá construir quadrados cujas medidas dos lados correspondam a números da Sequência de Fibonacci.
- Observar que quando os quadrados são justapostos em ordem crescente da medida de seus lados, eles vão formando retângulos áureos.
- Estudar razões e proporções, utilizando tais conceitos para obter razões áureas dentre as dimensões dos retângulos formados pela justaposição dos quadrados.
- Observar que utilizando um compasso para traçar um quarto de círculo nos quadrados justapostos obtemos uma espiral como a do Nautilus.
- Mostrar que a Matemática está relacionada com a Biologia através da Espiral Áurea uma vez que esta apresenta as mesmas propriedades da espiral do Nautilus Marinho.
- Encorajar o docente a apreciar a beleza matemática na natureza, na ciência e na Biologia.
- Mostrar que a Matemática possui aplicações práticas importantes na natureza e que tais relações são ignoradas por muitos docentes.
- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser tratada até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.
- Mostrar que é possível trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de forma agradável e prazerosa.
- Mostrar que a Matemática também pode contribuir para que as crianças desenvolvam a habilidade de comunicar suas ideais, pois é nos momentos de trabalhos em equipe e de apresentação dos mesmos que essa habilidade se desenvolve.
- Despertar a atitude positiva em relação à matemática, valorizando sua utilidade, sua lógica e sua beleza.
- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com os eixos Medidas e Geometrias.

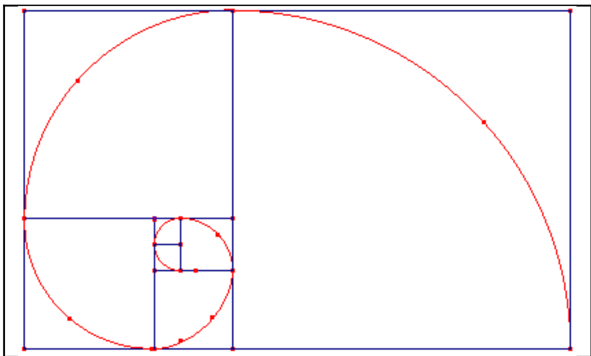
Material necessário: Papel sulfite, régua, lápis, borracha, compasso, xérox dos textos "O Retângulo áureo" item 2.4 e "A sequência de Fibonacci e a espiral", item 3.6 do trabalho de Rosania Maria Queiroz sobre Razão Áurea, disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf,

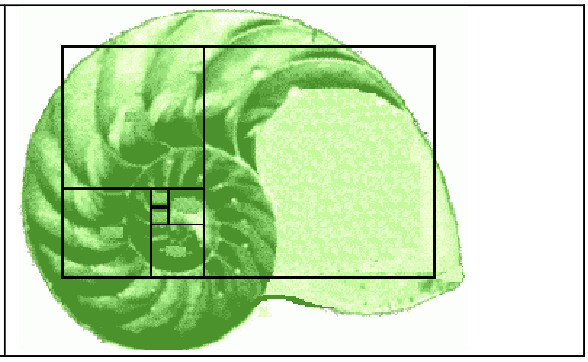
Encaminhamento Metodológico:

Após ler os textos "O Retângulo áureo" e "A sequência de Fibonacci e a espiral" em sala de aula, será realizada uma discussão geral sobre o assunto, destacando que o novo símbolo da Sociedade Brasileira de Matemática é a Espiral Áurea e que este símbolo aparece nas capas das Revistas do Professor de Matemática (RPM) a partir do número 20. O professor poderá utilizar a TV pen-drive para mostrar aos alunos imagens da Espiral Áurea e do Nautilus Marinho. Na Web conhecemos uma página no endereço www.mat.uel.br/matessencial/geometria/geometria.htm que oferece informações sobre a construção da Espiral Áurea. Após discutir o assunto, os alunos formarão pequenos grupos (mínimo 4, máximo 6 pessoas).

Utilizando papel sulfite, os alunos vão construir sete quadrados de modo que as medidas dos lados correspondam aos sete primeiros números da seqüência de Fibonacci. Em ordem crescente de tamanho dos lados, o quadrado cujo lado é o segundo número da seqüência de Fibonacci abaixo do primeiro, o quadrado cujo lado é o terceiro número da seqüência de Fibonacci à direita dos anteriores, e assim sucessivamente, dando a idéia de movimento em espiral.

Após construir os quadrados, coloca-se a ponta seca do compasso no vértice do lado direito comum aos dois quadrados menores, traçando um quarto de círculo em cada um desses quadrados. Dando continuidade, traçar um quarto de círculo nos demais quadrados para formar a Espiral Áurea, como mostra a figura abaixo construída no Cabri Géomètre II. Após construir a Espiral Áurea, relacioná-la com a espiral do Nautilus para que o aluno possa admirar a beleza da Matemática.





Nautilus Marinho obtida em: *www.mat.uel.br/matessencial/geometria/geometria.htm*

10. Construção de retângulos áureos através da justaposição de quadrados

Objetivo pedagógico

- Tratar de um assunto normalmente não desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.

- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.

- Após realizar o estudo de sistemas de unidades de medidas de comprimento, cada grupo irá construir quadrados cujas medidas dos lados correspondam a números da Seqüência de Fibonacci.

- Observar que quando os quadrados são justapostos em ordem crescente da medida de seus lados, eles vão formando retângulos áureos.

- Representar de forma algébrica a medida do lado, do perímetro, da área e da diagonal de cada um dos quadrados justapostos na figura e de cada um dos retângulos que vão se formando através da justaposição dos quadrados.

- Encontrar a fórmula do termo geral do lado, perímetro, diagonal e área de cada um dos quadrados justapostos na figura e de cada um dos retângulos que vão se formando através da justaposição dos quadrados.

- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser tratada até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.

- Mostrar que é possível trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de forma agradável e prazerosa.

- Mostrar que a Matemática também pode contribuir para que as crianças desenvolvam a habilidade de comunicar suas ideais, pois é nos momentos de trabalhos em equipe e de apresentação dos mesmos que essa habilidade se desenvolve.

- Despertar a atitude positiva em relação à matemática, valorizando sua utilidade, sua lógica e sua beleza.

- Mostrar que esta é uma atividade em que o aluno pode lidar com informações, analisar possíveis encaminhamentos, buscar troca de informações e desenvolver o chamado "espírito crítico".

- Apresentar atividade que envolva os alunos em processos relevantes como a observação, a identificação de questões, a formulação e teste de conjecturas, a justificação, a argumentação e a reflexão.

- Mostrar que esta atividade pode proporcionar momentos de descoberta, de retrocessos e de avanços, da elaboração de conjecturas e da procura das suas provas.

- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com os eixos Medidas e Geometrias.

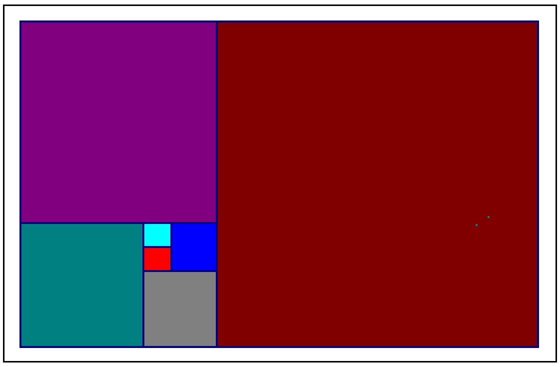
Material necessário:

Papel pardo ou cartolina, papel colorido, régua, lápis, borracha, tesoura, cola e xérox dos textos "O Retângulo áureo" e "A sequência de Fibonacci e a espiral", itens 2.4 e 3.6 do trabalho de Rosania Maria Queiroz sobre Razão Áurea, disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf,

Encaminhamento Metodológico:

Após leitura dos textos "O Retângulo áureo" e "A sequência de Fibonacci e a espiral" será realizada uma discussão geral sobre o assunto. O professor poderá utilizar a TV pen-drive para mostrar aos alunos imagens de retângulos áureos e da Espiral Áurea. Dentre as páginas da Web que conhecemos a que oferece melhor informação sobre a construção do retângulo áureo e da espiral áurea, está no endereço www.mat.uel.br/matessencial/geometria/geometria.htm. Após a discutir o assunto, os alunos formarão pequenos grupos (mínimo 4, máximo 6 pessoas).

Utilizando papel colorido, os alunos vão construir sete quadrados de modo que as medidas dos lados correspondam aos sete primeiros números da seqüência de Fibonacci. Na seqüência, colar em papel pardo ou em cartolina todos os quadrados, em ordem crescente de tamanho dos lados: o quadrado cujo lado é o segundo número da seqüência de Fibonacci abaixo do primeiro, o quadrado cujo lado é o terceiro número da seqüência de Fibonacci à direita dos anteriores, e assim sucessivamente, dando a idéia de movimento em espiral, como nos mostra a figura abaixo, a qual foi construída utilizando o Cabri Géomètre II.



1. Ao concluir o trabalho de colagem, denominar a medida do lado do menor quadrado por L e completar a tabela abaixo. Após completar a tabela, verificar se existe relação entre os dados encontrados em cada coluna. Em caso afirmativo, escrever uma conclusão que represente o termo geral de cada seqüência.

Quadrado	N° de Fibonacci	Lado	Perímetro	Área
1°	1	L	4 L	$1L^2$
2°	1	L	4L	$1L^2$
3°	2	2L	8L	$4L^2$
4°				
5°				
6°				
7°				
Conclusão				

2. Os alunos poderão considerar os retângulos formados pela justaposição de quadrados. Em cada retângulo, considerar largura o menor dos lados e comprimento o maior deles, completando a tabela abaixo. Ao completar a tabela, verificar se existe alguma relação entre os elementos de cada coluna. Se houver alguma relação, apresentar a expressão que representa a seqüência na linha conclusão.

Retângulo	N° de quadrados	N° de Fibonacci	Largura	Comprimento	Perímetro	área
1°	1	1	1L	1L	4L	$1L^2$
2°	2	1	1L	2L	6L	$2L^2$
3°	3	2	2L	3L	10L	$6L^2$
4°						
5°						
6°						
7°						
Conclusão						

Consegue perceber outra relação entre o perímetro dos retângulos? É possível generalizar?

11. Jogo de Contagem "Fibonacci Nim"

Objetivo pedagógico

- Tratar de um assunto normalmente não desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.

- Encorajar o docente a utilizar alternativas para aumentar a motivação, desenvolver a autoconfiança, a organização, concentração, atenção e raciocínio lógico-dedutivo.

- Mostrar que é possível trabalhar a Seqüência de Fibonacci através de jogos e que este jogo é ignorado por muitos docentes.

- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser tratada até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.

- Despertar a atitude positiva em relação à matemática, valorizando sua lógica.

- Mostrar que se pode lecionar matemática de forma agradável e prazerosa a professores e alunos.

- Mostrar que a Matemática pode desenvolver a socialização e o senso cooperativo.

- Após realizar o estudo da Seqüência de Fibonacci, os alunos formarão duplas para disputar este jogo.

- Mostrar que este jogo é um recurso matemático eficaz para a construção do conhecimento matemático.

- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com os eixos Medidas e Geometrias.

Material necessário:

Uma pilha de fichas confeccionadas em cartolina ou outro material semelhante. Essas fichas poderão ter o formato de retângulos áureos; xérox do texto "Razão áurea e Fibonacci", item 3.5 do trabalho de Rosania Maria Queiroz disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf

Encaminhamento Metodológico:

Após leitura do texto "Razão áurea e Fibonacci", o professor realizará uma discussão geral sobre o assunto. Após a compreensão da Seqüência de Fibonacci, o professor poderá propor aos alunos um jogo de contagem e remoção de fichas com o nome de **Fibonacci Nim**, inventado por Robert E. Gaskell.

Inicialmente os alunos formarão duplas. Uma vez formadas as duplas, o jogo começa com uma pilha de *n* fichas. Os jogadores, por sua vez, vão removendo as fichas seguindo um conjunto de regras.

Regras do jogo:

O primeiro jogador não pode tirar toda a pilha de fichas, mas depois disso, ambos podem remover todas as que restam se as regras seguintes o permitirem: pelo menos uma ficha deve ser retirada em cada jogada, mas nenhum jogador deve remover mais do que o dobro de fichas que o seu adversário levou na sua última jogada. Por exemplo, se um jogador remover três fichas, o jogador seguinte poderá retirar no máximo seis fichas.

Quem ganha?

O jogador que retirar a última ficha vence o jogo.

Relação que existe entre o jogo e os números de Fibonacci

Neste jogo, se o número de fichas for um número de Fibonacci, o segundo jogador vence a partida. Se o número de fichas não for um número de Fibonacci, o primeiro jogador poderá vencer.

12. Problema das cédulas monetárias

Objetivo pedagógico

- Tratar de um assunto normalmente não desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.

- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.

- Após realizar o estudo da Seqüência de Fibonacci, os alunos formarão pequenos grupos para resolver o problema em questão.

- Mostrar que a Matemática possui aplicações práticas importantes na vida das pessoas e que tais relações são ignoradas por muitos docentes.

- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser tratada até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.

- Mostrar que é possível trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de forma agradável e prazerosa.

- Mostrar que a Matemática também pode contribuir para que as crianças desenvolvam a habilidade de comunicar suas ideais, pois é nos momentos de trabalhos em equipe e de apresentação dos mesmos que essa habilidade se desenvolve.

- Despertar a atitude positiva em relação à matemática, valorizando sua utilidade, sua lógica e sua beleza.

- Mostrar que esta é uma atividade em que o aluno pode lidar com informações, analisar possíveis encaminhamentos, buscar troca de informações e desenvolver o chamado "espírito crítico".

- Apresentar atividade que envolva os alunos em processos relevantes como a observação, a identificação de questões, a formulação e teste de conjecturas, a justificação, a argumentação e a reflexão.

- Mostrar que esta atividade pode proporcionar momentos de descoberta, de retrocessos e de avanços, da elaboração de conjecturas e da procura das suas provas.

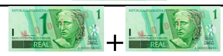
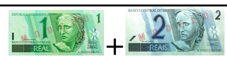
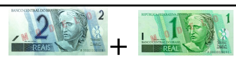
- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com os eixos Medidas e Funções.

Material necessário: xerox do problema das cédulas monetárias e xérox do texto "Razão áurea e Fibonacci", item 3.5 do trabalho de Rosania Maria Queiroz disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf

Encaminhamento Metodológico:

Após leitura do texto "Razão áurea e Fibonacci", o professor realizará uma discussão geral sobre o assunto. Após a compreensão da Seqüência de Fibonacci, os alunos formarão pequenas equipes e o professor poderá propor aos alunos o problema das cédulas monetárias. De posse do problema, os alunos farão a leitura, resolução e na seqüência apresentação às demais equipes.

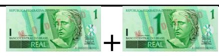
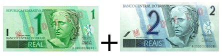
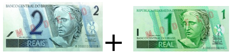
Cada país tem as suas moedas e as suas cédulas monetárias. No Brasil as cédulas monetárias oficiais atuais são as seguintes: R$ 1,00; R$ 2,00; R$ 5,00; R$ 10,00; R$ 20,00; R$ 50,00 e R$ 100,00. Supondo que uma pessoa vá às compras dispondo apenas de cédulas de R$ 1,00 e de R$ 2,00, ela poderá pagar suas compras de diferentes maneiras, as quais estão representadas na tabela abaixo.

Valor da compra	Maneiras possíveis (Forma algébrica)	Maneiras possíveis (cédulas)	Número de maneiras
R$ 1,00	1r		1
R$ 2,00	1r + 1r		2
	2r		
R$ 3,00	1r + 1r + 1r		3
	1r + 2r		
	2r + 1r		

1. De quantas maneiras diferentes esta pessoa poderá pagar uma compra no valor de R$ 4,00?

Valor da compra	Maneiras possíveis (forma algébrica)	Maneiras possíveis (cédulas)	Número de maneiras
R$ 4,00			

2. A equipe consegue encontrar uma fórmula para o caso geral?

Valor da compra	Modos possíveis (forma algébrica)	Maneiras possíveis (cédulas)	Número de Fibonacci	Número de maneiras
R$ 1,00	1r		1	1
R$ 2,00	1r + 1r		1	2
	2r			
R$ 3,00	1r + 1r + 1r		2	3
	1r + 2r			
	2r + 1r			
R$ 4,00				
R$ n				

3. Consegue explicar como é que os números de Fibonacci aparecem neste problema?

4. Supondo que está interessado apenas na coleção de cédulas em vez da seqüência destas. Então **1r**+**2r** é a mesma coleção de **2r**+**1r**. Assim quantas coleções existem?

Quantidade de dinheiro	Maneiras possíveis (Forma algébrica)	Números de Fibonacci	Número de maneiras	Número de coleções
1r	1r	1	1	1
2r	1r + 1r	1	2	2
	2r			
3r	1r + 1r + 1r	2	3	2
	1r + 2r			
	2r + 1r			
4r				

5r				
6r				
n r				

5. A equipe consegue encontrar uma ligação entre as respostas do quebra-cabeça e a resposta do problema do Leonardo?

13. Problema: Formas de construir uma parede de tijolos

Objetivo pedagógico

- Tratar de um assunto normalmente não desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.
- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.
- Após realizar o estudo da Seqüência de Fibonacci, os alunos formarão pequenos grupos para resolver o problema em questão.
- Mostrar que a Matemática possui aplicações práticas importantes na vida das pessoas e que tais relações são ignoradas por muitos docentes.
- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser tratada até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.
- Mostrar que é possível trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de forma agradável e prazerosa.
- Mostrar que a Matemática também pode contribuir para que as crianças desenvolvam a habilidade de comunicar suas ideais, pois é nos momentos de trabalhos em equipe e de apresentação dos mesmos que essa habilidade se desenvolve.
- Despertar a atitude positiva em relação à matemática, valorizando sua utilidade, sua lógica e sua beleza.
- Mostrar que esta é uma atividade em que o aluno pode lidar com informações, analisar possíveis encaminhamentos, buscar troca de informações e desenvolver o chamado "espírito crítico".
- Apresentar atividade que envolva os alunos em processos relevantes como a observação, a identificação de questões, a formulação e teste de conjecturas, a justificação, a argumentação e a reflexão.
- Mostrar que esta atividade pode proporcionar momentos de descoberta, de retrocessos e de avanços, da elaboração de conjecturas e da procura das suas provas.
- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra com os eixos Medidas e Geometrias e Funções.

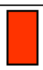
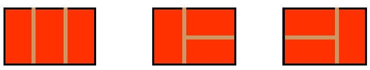
Material necessário:

Caneta, lápis, borracha, xérox do problema das cédulas monetárias e xérox do texto "Razão áurea e Fibonacci", item 3.5 do trabalho de Rosania Maria Queiroz disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf

Encaminhamento Metodológico:

Após leitura do texto "Razão áurea e Fibonacci" em sala de aula, o professor realizará uma discussão geral sobre o assunto. Após a discussão sobre o assunto, os alunos formarão pequenas equipes. Dando continuidade ao trabalho, o professor fará a distribuição das folhas contendo xérox do problema "Formas de construir uma parede de tijolos". De posse do problema, os alunos farão a leitura, resolução e na seqüência apresentação às demais equipes.

A construção civil utiliza em suas obras tijolos de diferentes composições e medidas. Dentre os tijolos utilizados, existe no mercado um tipo especial, cujo comprimento é aproximadamente o dobro da largura. Uma loja de materiais de construção justapõe alguns tijolos com o objetivo de expor as diferentes formas de assentá-los numa parede, cuja altura corresponda ao comprimento do tijolo (2 unidades de medida). Dependendo do comprimento da parede, há diferentes formas de justapor (sem utilizar argamassa) os tijolos:

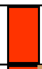
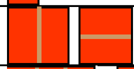
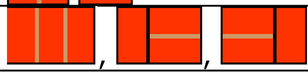
	Existe apenas 1 forma de construir uma parede cuja altura é igual a 2 unidades de medida e o comprimento 1 unidade de medida (1 tijolo).
	Existem 2 formas de construir a parede com altura e comprimento igual a 2 unidades: Uma delas é colocá-los longitudinalmente um ao lado do outro e a outra forma é colocá-los lateralmente um em cima do outro (2 tijolos).
	Existem 3 formas de construir a parede com altura 2 e comprimento 3 unidades de medida (3 tijolos)

1. De quantas formas diferentes podemos justapor os tijolos numa parede cuja altura seja 2 unidades de medida e comprimento 4 unidades de medida?

2. De quantas formas diferentes podemos justapor os tijolos numa parede cuja altura corresponda a 2 unidades de medida e comprimento 5 unidades de medida?

3. Você conseguiria encontrar uma ligação entre os números de Fibonacci e as respostas do problema da parede de tijolos?

4.Qual é a fórmula para construir uma parede de altura 2 e comprimento n?

Altura da parede	Comprimento da parede	N° de Fibonacci	Formas de construir	N° de formas de construir
2	1	1		1
2	2	1		2
2	3	2		3
2	4			
2	5			
2	6			
2	n			

5. Qual é a conclusão da equipe?

14. Formar seqüências utilizando a característica da recursividade

Objetivo pedagógico

- Tratar de um assunto normalmente não desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.
- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.
- Após realizar o estudo da Seqüência de Fibonacci, os alunos formarão pequenos grupos para formar as seqüências em questão.
- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser tratada até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.
- Mostrar que é possível trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de forma agradável e prazerosa.
- Mostrar que a Matemática também pode contribuir para que as crianças desenvolvam a habilidade de comunicar suas ideais, pois é nos momentos de trabalhos em equipe e de apresentação dos mesmos que essa habilidade se desenvolve.
- Despertar a atitude positiva em relação à matemática, valorizando sua utilidade, sua lógica e sua beleza.
- Mostrar que esta é uma atividade em que o aluno pode lidar com informações, analisar possíveis encaminhamentos, buscar troca de informações e desenvolver o chamado "espírito crítico".
- Apresentar atividade que envolva os alunos em processos relevantes como a observação, a identificação de questões, a formulação e teste de conjecturas, a justificação, a argumentação e a reflexão.
- Mostrar que esta atividade pode proporcionar momentos de descoberta, de retrocessos e de avanços, da elaboração de conjecturas e da procura das suas provas.
- Articular o eixo Números, Operações e Álgebra

Material necessário:

Caneta, lápis, borracha, xérox da atividade "Formar seqüências utilizando a característica da recursividade" e xérox dos textos "Razão áurea e Fibonacci" e "Razão áurea e a Seqüência de Lucas**"** itens 3.5 e 3.10 do trabalho de Rosania Maria Queiroz disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf

Encaminhamento Metodológico:

Após leitura dos textos, "Razão áurea e Fibonacci" e "Razão áurea e a Seqüência de Lucas**"** o professor realizará uma discussão geral sobre o assunto. Após a compreensão destas Seqüências os alunos formarão pequenas equipes e o professor poderá propor aos alunos organizarem seqüências que apresentem a característica da recursividade, de acordo com as orientações abaixo. Após organizar as seqüências, cada equipe apresentará aos demais colegas a conclusão a que chegaram.

Complete a tabela abaixo organizando seqüências, que iniciem por 2, 3, 4, 5, 6 e 7 utilizando a característica da recursividade, nas quais o segundo termo é igual ao primeiro, e o último número de cada linha corresponde à soma dos dez primeiros termos de cada seqüência.

Termos **Sequências**	**1º**	**2º**	**3º**	**4º**	**5º**	**6º**	**7º**	**8º**	**9º**	**10º**	**Soma dos 10 termos**
Seq .Fibonacci	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	143
2ª Seqüência (x 2)	2	2	4	6	10	16	26	41	68	110	286
3ª Seqüência (x 3)											
4ª Seqüência (x 4)											
5ª Seqüência (x 5)											
6ª Seqüência (x 6)											
7ª Seqüência (x 7)											

1. Analise os resultados e descubra se há alguma regularidade.

2. O que a equipe conseguiu concluir?

15. Calcular potências de uma matriz triangular

Objetivo pedagógico

- Tratar de um assunto normalmente não desenvolvido no âmbito dos Ensinos Fundamental e Médio.

- Realizar trabalhos em equipe, utilizando interação de respostas obtidas por outros grupos.

- Após realizar o estudo da Seqüência de Fibonacci, os alunos formarão pequenos grupos para calcular potências da matriz triangular em questão.

- Mostrar que a Matemática desenvolvida neste tópico pode ser tratada até mesmo por alunos que apresentam dificuldades matemáticas.

- Mostrar que é possível trabalhar o conhecimento elaborado cientificamente de forma agradável e prazerosa.

- Mostrar que a Matemática também pode contribuir para que as crianças desenvolvam a habilidade de comunicar suas ideais, pois é nos momentos de trabalhos em equipe e de apresentação dos mesmos que essa habilidade se desenvolve.

- Despertar a atitude positiva em relação à matemática, valorizando sua utilidade, sua lógica e sua beleza.

- Mostrar que esta é uma atividade em que o aluno pode lidar com informações, analisar possíveis encaminhamentos, buscar troca de informações e desenvolver o chamado "espírito crítico".

- Apresentar atividade que envolva os alunos em processos relevantes como a observação, a identificação de questões, a formulação e teste de conjecturas, a justificação, a argumentação e a reflexão.

- Mostrar que esta atividade pode proporcionar momentos de descoberta, de retrocessos e de avanços, da elaboração de conjecturas e da procura das suas provas.

- Articular conteúdos do eixo Números, Operações e Álgebra

Material necessário: Caneta, lápis, borracha, xerox da atividade potência de uma matriz triangular e xérox do texto "Razão áurea e Fibonacci" item 3.5 do trabalho Razão Áurea de Rosania Maria Queiroz disponível no Link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf

Encaminhamento Metodológico:

Após leitura do texto "Razão áurea e Fibonacci", item 3.5 do trabalho disponível no link http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf o professor realizará uma discussão geral sobre o assunto.

Após a compreensão da Seqüência de Fibonacci e do cálculo de potências de matrizes, os alunos formarão pequenas equipes e o professor irá propor aos alunos calcularem potências de uma determinada matriz triangular. Após calcular as potências, cada equipe apresentará aos demais colegas a conclusão a que chegaram.

Considerar a matriz F_{2x2}, com três elementos idênticos, não nulos, nas primeiras três posições, e um zero na última posição, ou seja, uma matriz triangular $_{2\ x\ 2}$, que é a seguinte:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Encontrar a sucessão de matrizes geradas pela potência N desta matriz:

$$F^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1+1) & (1+0) \\ (1+0) & (1+0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F^3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$F^4 =$

$F^5 =$

$F^6 =$

1. O que você consegue concluir sobre as matrizes geradas pela potência N da matriz triangular?

2. Existe alguma ligação com a Seqüência de Fibonacci?

Bibliografia

[1] BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1974. 488p.

[2] EVES, Howard **Tópicos de História da Matemática**. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1997. 77p.

[3] GOMBRISH, E.H. **A história da arte.** Rio de Janeiro: LTC; 2006.

[4] HUNTLEY, H. E. **A Divina Proporção – Um Ensaio sobre a Beleza na Matemática.** Brasília: Universidade de Brasília, 1985. 178p.

[5] PROENÇA, Graça **História da Arte.** Editora Ática 279p.

[6] http://pt.wikipedia.org acesso em 16/05/2007 às 9h 40 min

[7] http://www.mat.uel.br/matessencial/legria/fibonacci/seqfib2.htm

Acesso em 20/11/2007 às 23 horas

[8] http://www.mat.uel.br/matessencial/legria/fibonacci/seqfib1.htm

Acesso em 20/11/2007 às 23 horas

[9] http://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/fibonacci.html

Acesso em 18/11/2007 ás 22 horas

[10] http://www.mat.uel.br/geometrica/artigos/ST-15-TC.pdf

Acesso em 08/07/2007 às 22 horas

[11] http://www.tvcultura.com.br.artematemática/educação.html
Acesso em 12/08/2007 às 21 horas

[12] www.labordental.com.br acesso em 06/07/2007 às 9h
Acesso em 10/11/2007 às 21 horas

[13] http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf

[14] http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Mondrian2.htm
Acesso em 20/07/2007 às 16 horas.

[15] http://www.pucrs.br/famat/helena/pages/Carvalho_Cury_revisao.pdf
Acesso em 23/07/2007 ás 10 horas.

[16] http://www.lmc.fc.ul.pt/~albuquer/fibonacci/trabalho/jogo.htm
Acesso em 23/07/2007 ás 14 horas (jogo Fibonacci Nim)

[17] http://www.ludomania.com.br/Improvis/nim.html
Acesso em 23/07/2007 às 17 horas

[18] http://www.profcardy.com/desafios/sofisma64_65_fibo.php
Acesso em 01/08/2007 às 20 horas

[19] http://www.mat.ufg.br/bienal/2006/mini/hilario.marina.ronaldo.pdf
Acesso em 16/08/2007 às 11 horas

[20] www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm41/problemas.htm
Acesso em 16/08/2007 às 11 horas

[21] www.ime.usp.br/~brolezi/disciplinas/20062/mat341/fibonacci.pdf
Acesso em 20/11/2007 às 22 horas