UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
DISCIPLINA: MAT01339 - Cálculo e Geometria Analítica para Arquitetos
PROFESSOR: Vilmar Trevisan
Lista VIII de Exercícios (Elaborada por Carolina Cardoso)

1. Determine se as funções são inversas:

   (a) $f(x) = 4\,x, \quad g(x) = \dfrac{x}{4}$ $\qquad$ (b) $f(x) = 3\,x, \quad g(x) = 3\,x - 1$

   (c) $f(x) = \sqrt[3]{x-2}, \quad g(x) = x^3 + 2$ $\qquad$ (d) $f(x) = x^4, \quad g(x) = \sqrt[4]{x}$

2. Em cada parte, determine se a função f definida na tabela é *um a um*:

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	-2	-1	0	1	2	3

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	4	-7	6	-3	1	4

3. Em cada parte, use o teste da reta horizontal para determinar se a função f é *um a um*:

   (a) $f(x) = 3\,x + 2$ $\quad$ (b) $f(x) = \sqrt{x-1}$ $\quad$ (c) $f(x) = |\,x\,|$

   (d) $f(x) = x^3$ $\quad$ (e) $f(x) = x^2 - 2\,x + 2$ $\quad$ (f) $f(x) = sen\,x$

   (g) $f(x) = tg\,x$ $\quad$ (h) $f(x) = tg\,x, \quad -\pi < x < \pi$ $\quad$ (i) $f(x) = tg\,x, \quad -\pi/2 < x < \pi/2$

4. Determine se a função f é *um a um* examinando o sinal de $f^{'}(x)$:

   (a) $f(x) = x^2 + 8\,x + 1$ $\quad$ (b) $f(x) = 2\,x^5 + x^3 + 3\,x + 2$ $\quad$ (c) $f(x) = 2\,x + sen\,x$

5. Ache uma fórmula para $f^{-1}(x)$:

   (a) $f(x) = x^5$ $\quad$ (b) $f(x) = 7\,x - 6$ $\quad$ (c) $f(x) = 3\,x^5 - 5$ $\quad$ (d) $f(x) = \sqrt[3]{2\,x - 1}$

6. Ache $\dfrac{d\,y}{d\,x}$:

   (a) $f(x) = \sqrt[3]{2\,x - 5}$ $\quad$ (b) $f(x) = \sqrt[3]{2 + tg\,x^2}$ $\quad$ (c) $f(x) = \left(\dfrac{x-1}{x+2}\right)^{3/2}$

   (d) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^2-5}}$ $\quad$ (e) $f(x) = x^3\,(5\,x^2 + 1)^{-2/3}$ $\quad$ (f) $f(x) = \dfrac{(3 - 2\,x)^{4/3}}{x^2}$

   (g) $f(x) = \left(sen\,\dfrac{3}{x}\right)^{5/2}$ $\quad$ (h) $f(x) = \left(cos\,x^3\right)^{-1/2}$

7. Ache $\dfrac{d\,y}{d\,x}$ diferenciando implicitamente:

   (a) $x^3 + x\,y - 2\,x = 1$ $\quad$ (b) $x^2 + y^2 = 100$ $\quad$ (c) $x^2\,y + 3\,x\,y^3 - x = 3$

   (d) $\dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{x} = 1$ $\quad$ (e) $sen\,(x^2\,y^2) = x$ $\quad$ (f) $tg^3\,(x\,y^2 + y) = x$

8. Ache $\dfrac{d^2\,y}{d\,x^2}$ diferenciando implicitamente:

   (a) $3\,x^2 - 4\,y^2 = 7$ $\quad$ (b) $x^3\,y^3 - 4 = 0$ $\quad$ (c) $y + sen\,y = x$

9. Use diferenciação implícita para achar a inclinação da reta tangente à curva $2\,(x^2 + y^2)^2 = 25\,(x^2 - y^2)$ no ponto $(3, 1)$.

10. Ache os valores de a e de b para a curva $x^2\,y + a\,y^2 = b$ se o ponto $(1,1)$ está no seu gráfico e a reta tangente em $(1,1)$ tem equação $4\,x + 3\,y = 7$.

11. Ache as equações para duas retas que passam pela origem e são tangentes à curva $x^2 - 4\,x + y^2 + 3 = 0$.

RESPOSTAS

1.(a) Sim (b) Não (c) Sim (d) Não

2. Sim; Não

3.(a) Sim (b) Sim (c) Não (d) Sim (e) Não (f) Não (g) Não (h) Não (i) Sim

4.(a) Não (b) Sim (c) Sim

5.(a) $y = x^{1/5}$ (b) $y = \dfrac{1}{7}(x+6)$ (c) $y = \sqrt[3]{\dfrac{x+5}{3}}$ (d) $y = \dfrac{x^3+1}{2}$

6.(a) $\dfrac{2}{3}(2\,x-5)^{-2/3}$ (b) $\dfrac{2\,x\,sec^2\,x^2}{3\,(2+tg\,x^2)^{2/3}}$ (c) $\dfrac{9}{2\,(x+2)^2}\left[\dfrac{x-1}{x+2}\right]^{1/2}$ (d) $y = \dfrac{-6\,x}{(x^2-5)^2\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^2-5}}}$

6.(e) $\dfrac{1}{3}\,x^2\,(5\,x^2+1)^{-5/3}(25\,x^2+9)$ (f) $\dfrac{2\,(2\,x-9)\sqrt[3]{3-2\,x}}{3\,x^3}$ (g) $-\dfrac{15\,sen\,\left(\frac{3}{x}\right)^{3/2}cos\,\left(\frac{3}{x}\right)}{2\,x^2}$

6.(h) $\dfrac{3\,x^2\,sen\,x^3\,(cos\,x^3)^{-3/2}}{2}$

7.(a) $\dfrac{2-3\,x^2-y}{x}$ (b) $\dfrac{-x}{y}$ (c) $\dfrac{1-2\,x\,y-3\,y^3}{x^2+9\,x\,y^2}$ (d) $y = \dfrac{-y^2}{x^2}$ (e) $\dfrac{1-2\,x\,y^2\,cos\,(x^2\,y^2)}{2\,x^2\,y\,cos\,(x^2\,y^2)}$

7.(f) $\dfrac{1-3\,y^2\,tg^2\,(x\,y^2+y)\,sec^2\,(x\,y^2+y)}{3\,(2\,x\,y+1)\,tg^2\,(x\,y^2+y)\,sec^2\,(x\,y^2+y)}$

8.(a) $\dfrac{-21}{16\,y^3}$ (b) $\dfrac{2\,y}{x^2}$ (c) $\dfrac{sen\,y}{(1+cos\,y)^3}$

9. $\dfrac{-9}{13}$

10. $a = \dfrac{1}{4}$ e $b = \dfrac{5}{4}$

11. $y = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}\,x$