

UFRGS - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA
EXAME DE SELEÇÃO 2009 MESTRADO - PROVA OBJETIVA

Nome:

Documento:

- (A) Em cada questão , marque um X correspondendo a sua escolha;
(B) utilize caneta esferográfica para marcar a grade;
(C) caso você já tenha marcado uma escolha e queira MUDÁ-LA, tal poderá ser feito uma ÚNICA vez por questão , mas SOMENTE mediante rubrica de qualquer dos membros da banca examinadora;
(D) todo material utilizado deve ser devolvido juntamente com esta grade de respostas.

1)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
2)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
3)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
4)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
5)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
6)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
7)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
8)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
9)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
10)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
11)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
12)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
13)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
14)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
15)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
16)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
17)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
18)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
19)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
20)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
21)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
22)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
23)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
24)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
25)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
26)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
27)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
28)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
29)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
30)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA
EXAME DE SELEÇÃO 2009 - MESTRADO

Nome: _____, Documento: _____

Indique a resposta apropriada na grade de respostas para cada uma das seguintes questões.

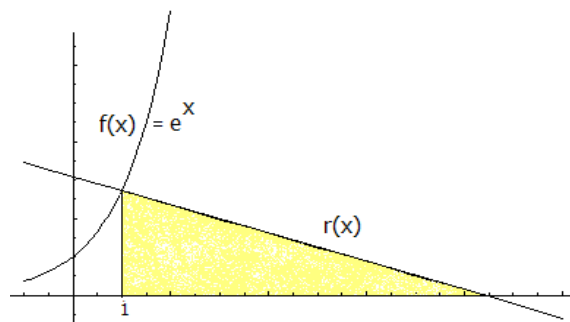
Todo material utilizado deve ser devolvido juntamente com a grade de respostas.

Somente é permitido o uso de caneta, lápis e borracha durante a prova. Utilize caneta para a grade de respostas.

1. O valor do limite $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{4x}$ é:

- (a) e^{-4}
- (b) e^{-12}
- (c) $2 + e^4$
- (d) 12
- (e) e^{-3}

2. Qual é a área do triângulo retângulo sombreado na figura abaixo, sabendo-se que $r(x)$ é a reta normal a $f(x) = e^x$ no ponto de abscissa $x_0 = 1$.



- (a) $e^3/3$
- (b) $e^4/3$
- (c) $(e^2 + e)/2$
- (d) $e^4/2$
- (e) $e^3/2$

3. O valor de $\frac{1}{x} \int_0^x \cos t^2 dt$ é:

- (a) 0
- (b) ∞
- (c) não existe
- (d) 2
- (e) 1

4. Seja k o número de raízes reais da equação $f(x) = e^x - x^4 + 3x^3 - 7x^2$ no intervalo $(0,1)$ e n é o número de raízes reais de $f(x)$ fora deste intervalo, então:

- (a) $k = 1$ e $n = 2$
- (b) $k = 0$ e $n = 4$
- (c) $k = 1$ e $n = 1$
- (d) $k = 2$ e $n = 2$
- (e) $k = 2$ e $n = 1$

5. Considere as seguintes séries:

I) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^3}$

II) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$

III) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + \sqrt{n}}$

Podemos afirmar que:

- (a) Apenas I) é convergente
- (b) Apenas II) é convergente
- (c) Apenas III) é convergente
- (d) I) e II) são convergentes
- (e) Todas são divergentes

6. Sejam \mathbf{A} e \mathbf{B} duas matrizes inversíveis de ordem n , $n > 1$ e seja \mathbf{I} a matriz identidade de ordem n . Se \mathbf{A} e \mathbf{B} são matrizes similares então quais das seguintes afirmações são verdadeiras:

- I) $\mathbf{A} - 2\mathbf{I}$ e $\mathbf{B} - 2\mathbf{I}$ são matrizes similares
- II) \mathbf{A} and \mathbf{B} possuem os mesmos autovetores
- III) \mathbf{A}^{-1} e \mathbf{B}^{-1} são similares

- (a) somente I
- (b) somente II
- (c) somente III
- (d) somente II e III
- (e) I, II e III

7. Seja \mathbf{A} uma matriz real de ordem 2. Quais das afirmações abaixo são verdadeiras:

- I) Todos os elementos de \mathbf{A}^2 devem ser positivos
- II) O determinante de \mathbf{A}^2 deve ser positivo
- III) Se \mathbf{A} possui dois autovalores distintos então \mathbf{A}^2 possui dois autovalores distintos

- (a) Somente I)
- (b) Somente II)
- (c) somente III)
- (d) I) e II)
- (e) I), II) e III)

8. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^1$ uma transformação linear para a qual $T \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = 2$ e $T \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) = -3$. O

valor de $T \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \right)$ é:

- (a) 4
- (b) 0
- (c) -2
- (d) 14
- (e) -16

9. Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ x + y + kz = f \\ x \quad \quad - z = 2 \end{cases}$$

- (a) Para todo o valor de k o sistema não tem solução
- (b) Se $k = 1$ e $f = 1$ o sistema é possui solução única
- (c) O sistema possui muitas se soluções se $k = 1$ e $f = 1$
- (d) O sistema possui solução única para qualquer valor de f , se $k \neq 1$
- (e) O sistema é possui solução se $k = 1$

10. Considere as seguintes matrizes:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} a & a+b & 3c \\ d & d+e & 3f \\ g & g+h & 3i \end{pmatrix}$$

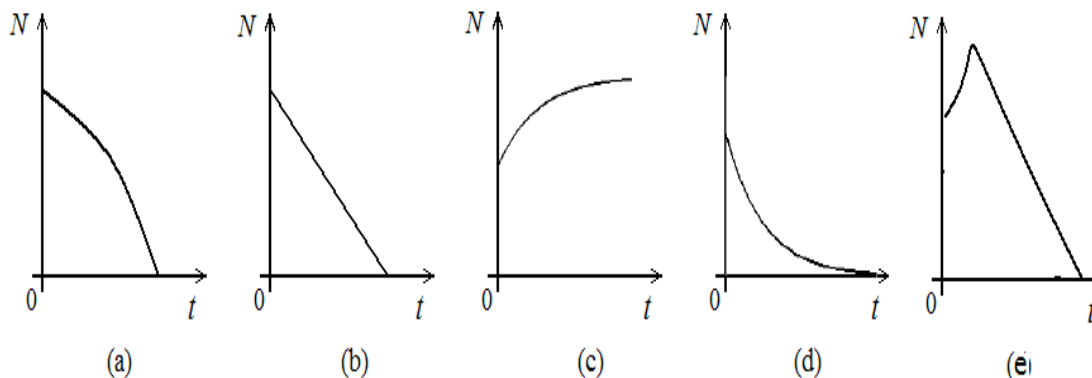
Se o $\det(\mathbf{A}) = 5$ então $\det \mathbf{B}$ vale:

- (a) Zero
- (b) Cinco
- (c) Quinze
- (d) Trinta
- (e) Quarenta e Cinco

11. Considere o arco C definido por $y = x^2$ com $0 \leq x \leq 1$. Qual a área da superfície S gerado pela revolução de C em torno do eixo vertical?

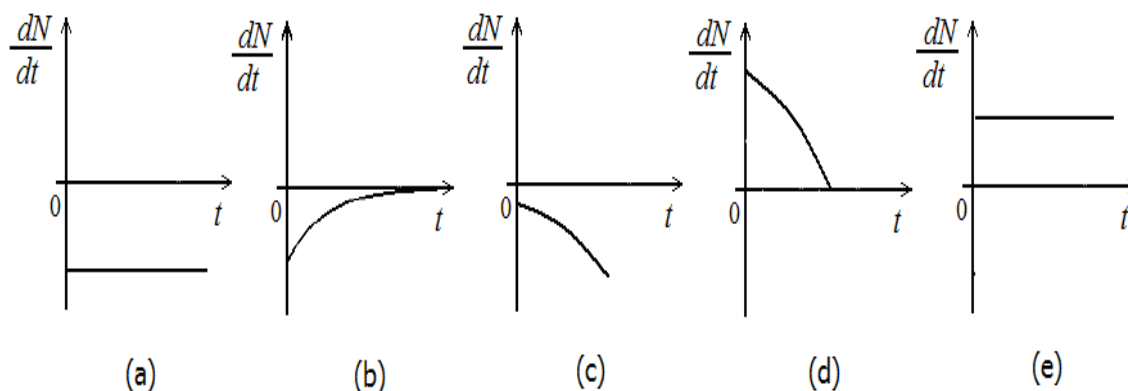
- (a) $\frac{\pi}{6} (5\sqrt{5} - 1)$
- (b) $\frac{\pi}{8} \left(\frac{5 - \sqrt{5}}{5} \right)$
- (c) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2\sqrt{5}} \pi$
- (d) $\frac{5\pi\sqrt{5}}{2}$
- (e) Nenhuma das alternativas anteriores

12. Suponha que uma população $N(t)$ de mosquitos, em certo instante t , na ausência de outros fatores, aumente a uma taxa, em cada instante, proporcional à população existente, e que, no mesmo ambiente exista uma espécie de pássaros predadores, que comem um número fixo m (constante positiva) de mosquitos por unidade de tempo, que leva à extinção da população de mosquitos.



13. Esta questão refere-se ao enunciado do item (12).

Qual dos seguintes gráficos poderia representar a taxa de variação $\frac{dN}{dt}$ da população de mosquitos, em função do tempo t ?



14. Sejam D o operador diferencial linear e I o operador identidade definidos sobre o espaço das funções infinitamente diferenciáveis sobre o intervalo $[a, b]$ ($C^\infty[a, b]$). Sejam os operadores $A = x^2D + 2xI$ e $B = D - 2xI$ podemos afirmar que:

- (a) $AB = x^2D^2 + 2x(1 - x^2)D - 4x^2I$
- (b) $BA = x^2D^2 + 2(2x - x^3)D + (2 - 4x^2)I$
- (c) $BA = x^2D^2 + 2(x - x^3)D - 6x^2I$
- (d) $AB = x^2D^2 + 2(1 - x^3)D - 4x^2I$
- (e) $BA = x^2D^2 + 2xD - 6x^2I$

15. Considere o seguinte problema de valor inicial:

$$\begin{cases} \frac{d^2y}{dt^2} = 1 - \exp(y), & t > 0 \\ y(0) = 1 \quad \text{e} \quad \frac{dy}{dt}(0) = 0 \end{cases}$$

A solução deste problema na vizinhança de $t = 0$ pode ser representada por:

- (a) $1 + \frac{1-e}{2}t^2 - \frac{1-e^2}{4!}t^4 + \mathcal{O}(t^6)$
- (b) $1 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{4!}t^4 + \mathcal{O}(t^6)$
- (c) $1 + \frac{1-e}{2}t^2 - \frac{e(1-e)}{4!}t^4 + \mathcal{O}(t^6)$
- (d) $1 + \frac{1-e}{2}t^2 - \frac{(1-e)^2}{4!}t^4 + \mathcal{O}(t^6)$
- (e) $1 + \frac{1+e}{2}t^2 - \frac{1-e}{4!}t^4 + \mathcal{O}(t^6)$

16. No plano xy , a curva dada por $x = \cos t$, $y = \sin t$, $0 \leq t \leq \pi$, tem comprimento

- (a) 2
- (b) π
- (c) 2π
- (d) 1
- (e) $\pi/2$

17. Qual das equações abaixo descreve a reta tangente à curva $y = x + e^x$ no ponto $x = 0$?

- (a) $y = x$
- (b) $y = x + 1$
- (c) $y = x + 2$
- (d) $y = 2x$
- (e) $y = 2x + 1$

18. Se V e W são subespaços vetoriais de dimensão 2 de \mathbb{R}^3 , quais são os valores possíveis para a dimensão do subespaço $V \cap W$?

- (a) somente 0 ou 1
- (b) somente 0, 1 ou 2
- (c) somente 1 ou 2
- (d) somente 1
- (e) somente 0

19. Sendo X matriz real 2×2 verificando $X^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, qual das seguintes afirmações é verdadeira sobre X ?

(a) $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(b) $X = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(c) $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(d) $X = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

(e) não existe tal matriz X

20. Encontre o produto vetorial $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, sendo $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$:

(a) $\mathbf{i} + \mathbf{j} + 7\mathbf{k}$

(b) $-2\mathbf{i} - 12\mathbf{j} + 10\mathbf{k}$

(c) $-26\mathbf{i} - 9\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$

(d) $3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$

(e) $3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$

21. Um ponto P se move no plano (x, y) de tal modo que o produto de suas distâncias a dois pontos fixos, $Q' = (-a, 0)$ e $Q'' = (a, 0)$, é sempre igual a a^2 , para $a > 0$ dado. A equação da curva descrita por P é dada em coordenadas polares por

(a) $r = 2a \cos \theta$

(b) $r^2 = 2a^2 \cos 2\theta$

(c) $r^2 = 2a^2 \sin 2\theta$

(d) $r = 2a \sin \theta$

(e) $r^2 = a^2 \cos 2\theta$

22. Sendo Γ a curva no plano (x, y) dada parametricamente por $x = (e^t + e^{-t})/2$, $y = (e^t - e^{-t})/2$, $t \in \mathbb{R}$, então Γ corresponde a

(a) uma parábola

(b) uma elipse

(c) uma espiral logarítmica

(d) um ramo de hipérbole

(e) dois ramos de hipérbole

23. A área da figura plana delimitada pelo eixo x , a curva $y = f(x)$, e as retas verticais $x = p > 0$, $x = q$, é igual a $\sqrt{q^2 - p^2}$ para todo $q > p$. Então, $f(x)$ é dada por
- $\sqrt{x^2 + p^2}$
 - $x/\sqrt{x^2 + p^2}$
 - $\sqrt{x^2 - p^2}$
 - $x/\sqrt{x^2 - p^2}$
 - $x^2/\sqrt{x^2 - p^2}$
24. Se T é a transformação linear satisfazendo $T(0, 0, 1) = (0, 0, 1)$, $T(0, 1, 0) = (-1, -1, 1)$, $T(1, 0, 0) = (2, 2, 1)$, então $T(3, 4, 5)$ é
- $(1, 2, 3)$
 - $(2, 3, 4)$
 - $(2, 5, 2)$
 - $(3, 4, 7)$
 - $(2, 2, 12)$
25. Se o número 1 for adicionado ao produto de 4 números inteiros *consecutivos* quaisquer, podemos dizer com segurança que o resultado
- é divisível por 5
 - é o quadrado de algum inteiro
 - é divisível por 4
 - é um número primo
 - é um número perfeito
26. Se $u = \cos(x + y) + \cos(x - y)$, quais das três seguintes afirmações são verdadeiras? (I)
- $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$
- (II) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$
- (III) $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$
- somente (I)
 - somente (II)
 - somente (I) e (II)
 - somente (I) e (III)
 - (I), (II) e (III)

27. Resolvendo a equação $(2x - y)dx + (2y - x)dy = 0$, obtemos

(a) $x^2 + y^2 = C$

(b) $x^2 - y^2 = C$

(c) $x^2 + xy + y^2 = C$

(d) $x^2 - xy + y^2 = C$

(e) $2x^2 + xy + 3y^2 = C$

28. As coordenadas (x, y) de um ponto P que se move no plano satisfazem as equações $dx/dt = x$ e $dy/dt = -x^2$ para todo $t > 0$. Ache a equação da curva descrita por P , sabendo que ele se encontra no ponto $(1, -4)$ no instante inicial $t = 0$.

(a) $y = \frac{x^2 + 7}{7}$

(b) $y = \frac{-x^2 - 7}{2}$

(c) $y = x^2 + 7$

(d) $y = x^2 - 7$

(e) $x^2 - y^2 = 7$

29. Um corpo em queda livre num campo gravitacional constante, inicialmente em repouso, percorre s metros em t segundos. Sendo g a aceleração gravitacional, qual é a velocidade média do corpo com respeito a s ?

(a) $\frac{1}{2}gt$

(b) gt^2

(c) $2gs$

(d) $\frac{2}{3}\sqrt{2gs}$

(e) $\frac{\sqrt{gs}}{\sqrt{2}}$

30. Resolvendo a equação $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 0$, obtemos

(a) $y = (C_1 + C_2)e^{3x}$

(b) $y = (C_1 + C_2)e^{2x}$

(c) $y = C_1e^{3x} + C_2e^{2x}$

(d) $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x}$

(e) $y = C_1e^{3x} + C_2e^{-2x}$

- 1b
- 2e
- 3e
- 4c
- 5b
- 6e
- 7b
- 8e
- 9c
- 10c
- 11a
- 12a
- 13c
- 14b
- 15c
- 16b
- 17e
- 18c
- 19e
- 20c
- 21b
- 22d
- 23d
- 24e
- 25b
- 26a
- 27d
- 28b
- 29d
- 30e