UFRGS - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

PROCESSO SELETIVO 2008/2 - PROVA OBJETIVA

Nome: Documento:

(A) Em cada questão, marque um X correspondendo a sua escolha;
(B) utilize caneta esferográfica para marcar a grade;
(C) caso você já tenha marcado uma escolha e queira MUDÁ-LA, tal poderá ser feito uma ÚNICA vez por questão, mas SOMENTE mediante rubrica de qualquer dos membros da banca examinadora;
(D) todo material utilizado deve ser devolvido juntamente com esta grade de respostas.

1)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
2)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
3)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
4)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
5)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
6)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
7)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
8)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
9)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
10)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
11)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
12)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
13)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
14)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
15)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
16)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
17)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
18)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
19)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
20)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
21)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
22)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
23)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
24)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
25)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
26)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
27)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
28)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
29)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
30)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA
PROCESSO SELETIVO 2008/2 - PROVA OBJETIVA

Nome: , Documento:

Indique a resposta apropriada na grade de respostas para cada uma das seguintes questões.
Todo material utilizado deve ser devolvido juntamente com a grade de respostas.
Somente é permitido o uso de caneta, lápis e borracha durante a prova. Utilize caneta para a grade de respostas.

1. O valor de $\lim_{x\to 0} \left(e^{2x} + \text{sen}\,(x)\right)^{\dfrac{1}{x}}$ é

(a) 1 ;

(b) e ;

(c) e^2 ;

(d) e^3 ;

(e) 0.

2. Seja a função $f\,(x) = x \ln x$, definida no intervalo $(0, +\infty)$.
Sobre f é correto afirmar que

(a) o seu valor mínimo é $-\dfrac{1}{e}$.

(b) o seu valor mínimo é $\dfrac{1}{e}$

(c) o seu limite diverge na origem.

(d) o seu valor mínimo é atingido em $x = 1$.

(e) não é convexa.

3. Seja f, g e h funções reais definidas em $(0,+\infty)$ e tais que $(f\circ g)(x) = (g\circ h)(x)$. Se $f(x) = x + e^{-2x}$ e $g(x) = \ln(x)$,então $h(x)$ é igual a

(a) $\ln(x) + e^{-2\ln(x)}$;

(b) $\ln(x) + \dfrac{1}{x^2}$;

(c) $x\,e^{x^{-2}}$;

(d) $x\,e^{-x^2}$;

(e) $x + e^{-x^2}$.

4. Seja $y(x)$ uma curva que satisfaz a equação

$$y^6 - y^2 + x^3 - x = 0.$$

A declividade da reta tangente a essa curva no ponto $(1,-1)$ é

(a) -1/4 ;

(b) -1/2

(c) 0

(d) 1/4

(e) 1/2

5. Seja uma superfície Σ definida por uma função $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ cuja matriz hessiana em um ponto P é negativa definida. Dadas as seguintes afirmações:
I) Σ é localmente convexa em P.
II) Σ é localmente côncava em P.
III) P é necessariamente um mínimo local de Σ.
IV) P é necessariamente um máximo local de Σ.
V) P é necessariamente um ponto de sela de Σ.
É correto dizer que

(a) apenas I é correta ;

(b) apenas II é correta ;

(c) apenas V é correta ;

(d) apenas I e III são corretas ;

(e) apenas II e IV são corretas.

6. Seja $x > 0$, então $\dfrac{d}{dx}\left(\int_{x^3}^{x^6} f(t)\,dt\right)$ é igual a

(a) $f\left(x^6\right) - f\left(x^3\right)$

(b) $6x^5 f\left(x^6\right) - 3x^2 f\left(x^3\right)$

(c) $x^6 f\left(x^6\right) - x^3 f\left(x^2\right)$;

(d) $6x^5 f\left(x^6\right) + 3x^2 f\left(x^3\right)$;

(e) $x^6 f\left(x^6\right) + x^3 f\left(x^2\right)$.

7. Seja o campo vetorial

$$\overrightarrow{F}(x,y,z) = (x + a\,y\,z)\hat{\imath} + (y + a\,x\,z)\hat{\jmath} + (z + a\,x\,y + b\,y)\hat{k},$$

onde a e b são duas constantes não nulas. Se C é o círculo unitário disposto no plano $z = 0$ e centrado na origem, a integral $\oint_C \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr}$ (calculada no sentido anti-horário) é igual a

(a) $2\pi(a + b)$;

(b) πb^2 ;

(c) πb;

(d) πa ;

(e) 0 .

8. Seja o campo vetorial

$$\overrightarrow{F}(x,y,z) = \left(x + \frac{z^2}{y^2}\right)\hat{\imath} + \left(-x^2 + z^2\right)\hat{\jmath} + \left(\frac{x^2}{y^2} - z\right)\hat{k}$$

e Σ a casca esférica com centro em $(0,2,0)$ e raio $\sqrt{3}$. Então $\oiint_\Sigma \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{n}\, d\Sigma$ é igual a

(a) não está definida pois $\overrightarrow{F}$ é singular na origem;

(b) 8π ;

(c) 24π ;

(d) 1 ;

(e) 0 .

9. A série $\sum_{n=1}^{\infty} -\dfrac{1}{n\,4^n}$ é igual a

(a) $-\ln\dfrac{1}{4}$;

(b) $\ln\dfrac{1}{4}$;

(c) $-\ln\dfrac{3}{4}$;

(d) $\ln\dfrac{3}{4}$;

(e) $\ln 4$.

10. Seja a integral

$$I_{\alpha,n} \doteq \int_0^{\infty} x^n\, e^{-\alpha\, x} dx$$

onde $\alpha > 0$ e $n > 1$ são constantes. Qual das seguintes relações é satisfeita por $I_{\alpha,n}$?

(a) $I_{\alpha,n} = \dfrac{\alpha}{n+1} I_{\alpha,n+1}$;

(b) $I_{\alpha,n} = \dfrac{\alpha}{n+1} I_{\alpha,n-1}$;

(c) $I_{\alpha,n} = -\dfrac{\alpha}{n+1} I_{\alpha,n-1}$;

(d) $I_{\alpha,n} = \dfrac{n+1}{\alpha} I_{\alpha,n+1}$;

(e) $I_{\alpha,n} = \dfrac{\alpha+1}{n} I_{\alpha,n+1}$.

11. A melhor solução real aproximada por mínimos quadrados do sistema inconsistente

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

é solução do sistema

(a) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$;

(b) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x - y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$;

(c) $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$;

(d) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - y = 0 \\ 2x - 2y = 0 \end{cases}$;

(e) $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ -2x + 6y = -1 \end{cases}$.

12. Sejam A e B matrizes reais tais que $AB = BA$. Quais das seguintes afirmações são verdadeiras:
I) Os autovalores de A são os autovalores de B.
II) A e B são matrizes simétricas.
III) $(AB)^n = A^n B^n$.

(a) Somente I ;

(b) Somente II ;

(c) Somente III ;

(d) Somente I e II ;

(e) Somente II e III.

13. Qual das seguintes afirmações é válida para determinantes

(a) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$;

(b) $\det(aA) = a \det(A)$;

(c) $\det(-A) = \det(A)$;

(d) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$;

(e) $\det(I - A) = 1 - \det(A)$.

14. Seja A uma matriz quadrada de ordem n . Quais das seguintes afirmações são verdadeiras:
I) Se A é inversível e $AB = 0$ então $B = 0$
II) Se A não é inversível e $A \neq 0$ então existe uma matriz $B \neq 0$ tal que $AB = 0$.
III) Se A não é inversível e $AB = 0$ então $A = 0$ ou $B = 0$.

(a) Somente I ;

(b) Somente II ;

(c) Somente III ;

(d) Somente I e II ;

(e) Somente II e III.

15. Dado o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} y+z=ax \\ x+z=ay \\ x+y=az \end{cases}$$

Para que valores de a o sistema possui mais de uma solução

(a) -1 e -2 ;

(b) 1 e -2 ;

(c) 1 e -1 ;

(d) 1 e 2 ;

(e) -1 e 2.

16. Dado um operador linear $T \neq 0$ sobre o espaço vetorial V tal que $T^2 = 0$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(a) Todos seus autovalores são diferentes.

(b) Sua matriz de representação é uma matrix ortogonal.

(c) O núcleo de T $Nuc(T)$ está contido no subespaço imagem de T i.é. $Nuc(T) \subset Im(T)$.

(d) $Im(T) \subset Nuc(T)$.

(e) $Nuc(T) = Im(T)$.

17. Seja A uma matriz simétrica real de ordem n . Qual destas afirmações é **falsa** ?

(a) Todos seu autovalores são reais.

(b) Existem n autovetores ortogonais.

(c) A é uma matriz inversível.

(d) A é uma matriz diagonalizável.

(e) O determinante de A é o produto de seus autovalores.

18. Qual é transformada linear definida em $\mathbb{R}^3$ tal que seus autovalores são $\left\{1, -1, \dfrac{1}{2}\right\}$ e seus correspondentes autovetores são $v_1 = (1,1,0)^\top$, $v_2 = (1,-1,0)^\top$, $v_3 = (0,0,1)^\top$.

(a) $T(x,y,z) = (y,x,z)$;

(b) $T(x,y,z) = \left(y, x, \dfrac{z}{2}\right)$;

(c) $T(x,y,z) = \left(-y, x, \dfrac{z}{2}\right)$;

(d) $T(x,y,z) = \left(-x, \dfrac{y}{2}, z\right)$;

(e) $T(x,y,z) = \left(\dfrac{x}{2}, -y, z\right)$.

19. Seja A a matriz associada à forma quadrática

$$x^2 - 8xy - 2y^2.$$

A soma dos autovalores de A vale

(a) -1;

(b) -2;

(c) -8 ;

(d) $\sqrt{3}$;

(e) $\sqrt{8}$.

20. Seja a equação diferencial

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t), & t > 0, \\ x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^2, & |x_0| \neq 0, \end{cases}$$

onde $x(t) \in \mathbb{R}^2$, A é a matriz

$$A = \begin{bmatrix} p & 1 \\ 1 & p \end{bmatrix}$$

e p é uma constante real. Sobre o limite $\omega = \lim\limits_{t \to +\infty} x(t)$ é correto afirmar que:

(a) $|\omega| = 0$ se $p = 0,5$;

(b) $|\omega| = 0$ se $p = 0,325$;

(c) $|\omega| = 0$ se $p = 0,2$;

(d) $|\omega| = 0$ se $p = 0,4$;

(e) $|\omega| = +\infty$ se $p = 0,5$.

21. Sendo $x = x(t)$ solução do problema

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^2, \qquad t > 0 \\ x(0) = 0, \end{cases}$$

tem-se que o valor de $x(1)$ é

(a) -1 ;

(b) 0 ;

(c) 1 ;

(d) 2 ;

(e) e.

22. Se $x = x(t)$ é solução da equação $x''(t) = x'(t) - x(t)$, então $y(t) := x(t^2)$ é solução de

(a) $y''(t) = \left(1 + t^{-1}\right)\ y'(t) + 2\,t\,y(t)$;

(b) $y''(t) = \left(1 - t^{-1}\right)\ y'(t) - 2\,t\,y(t)$;

(c) $y''(t) = \left(2t + t^{-1}\right)\ y'(t)\ + 4\,t^2 y(t)$;

(d) $y''(t) = \left(2t - t^{-1}\right)\ y'(t) + 4\,t^2 y(t)$;

(e) $y''(t) = \left(2t + t^{-1}\right)\ y(t) - 4\,t^2 y(t)$.

23. Sendo $x = x(t)$ solução do problema

$$\begin{cases} x'(t) = -\left(x(t)\right)^2 + \text{sen}(t), \\ x(0) = 1, \end{cases}$$

tem-se que o valor de $x''(0)$ é

(a) -2 ;

(b) -1 ;

(c) 1 ;

(d) 2 ;

(e) 3.

24. Sendo $x = x(t)$ solução em um intervalo $I = [-\delta, \delta]$, $\delta > 0$, do problema

$$\begin{cases} x''(t) \;=\; x(t)^2 + t^2, \\ x(0) \;=\; 0, \\ x'(0) \;=\; 0, \end{cases}$$

qual das seguintes afirmações é **falsa**?

(a) $x(t)$ é convexa em I.

(b) $x(t)$ é crescente em I.

(c) $x(t)$ é não-negativa em I.

(d) $x(t)$ tem um único ponto de mínimo em I.

(e) $x'(t)$ é crescente em I.

25. Sendo $x(t)$ a posição de uma partícula de massa $m = 2$, inicialmente na origem do sistema de referência e com velocidade 10 neste instante, sujeita a uma força de resistência ao movimento cuja é magnitude igual ao dobro do quadrado da velocidade da partícula em cada instante, então a equação que descreve o movimento desta partícula é

(a) $2x''(t) = x'(t)^2$

(b) $2x''(t) = -x'(t)^2$

(c) $x''(t) = -x'(t)^2$

(d) $x''(t) = -2x'(t)^2$

(e) $x''(t) = -x'(t)^2 - 50$

26. Considerando a solução do problema

$$\begin{cases} x'(t) + tx(t) = t, & t > 0 \\ x(0) = 0, \end{cases}$$

tem-se que o valor de $x(2)$ é

(a) 0 ;

(b) $1 + e^{-1}$;

(c) $1 + e^{-2}$;

(d) $1 - e^{-2}$;

(e) $1 - e$.

27. Seja a equação diferencial

$$\begin{cases} x'(t) = (x(t)-1)^{1+\varepsilon}\,, & t > 0 \\ x(0) = 1, \end{cases}$$

onde $\varepsilon \in (-1,1)$ é uma constante real. É correto afirmar que

(a) se $\varepsilon \in (-1,0)$ as soluções não estarão definidas em um ponto t real e positivo.

(b) não há soluções contínuas se $\varepsilon \neq 0$;

(c) existem infinitas soluções contínuas se $\varepsilon \in (-1,0)$;

(d) $x(t) = 0$ para qualquer $\varepsilon > -1$;

(e) existem infinitas soluções contínuas se $\varepsilon \neq 0$;.

28. Sendo $x(t)$ solução do problema

$$\begin{cases} x''(t) \;-\; x(t) \;=\; \operatorname{sen} t, & t \in (0,\pi) \\ x'(0) \;=\; 0, \\ x'(\pi) \;=\; 0, \end{cases}$$

tem-se que o valor médio $\mu \;=\; \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^\pi x(t)\,dt$ é dado por

(a) $-2/\pi$;

(b) $-1/\pi$;

(c) $1/\pi$;

(d) $2/\pi$;

(e) 0.

29. Sendo $x(t)$, $y(t)$ funções satisfazendo $x''(t) + x(t) = y''(t) + y(t)$ para todo $t \in \mathbb{R}$, então pode-se afirmar que, **necessariamente**, vale

(a) $x(t) = y(t)$ para todo t.

(b) $x(t) - y(t)$ é periódica de período π.

(c) $x(t) - y(t) = C \operatorname{sen} t$ para todo t, para alguma constante C.

(d) $x(t) - y(t)$ é combinação linear de $\operatorname{sen} t, \cos t$.

(e) $x(t) - y(t)$ é periódica de período 1.

30. Sendo $x \in C^2(\mathbb{R})$ solução da equação $x''(t) + x(t) = \operatorname{sen} t$, $t \in \mathbb{R}$, qual das seguintes afirmações é **falsa**?

(a) x é periódica.

(b) $x \in C^\infty(\mathbb{R})$, i.e., x é infinitamente diferenciável em $\mathbb{R}$.

(c) x não é constante.

(d) x não converge a um valor limite ao $t \to \infty$.

(e) x' não converge a um valor limite ao $t \to \infty$.

UFRGS - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

PROCESSO SELETIVO 2008/2 - PROVA OBJETIVA

GABARITO

1. D
2. A
3. C
4. E
5. B
6. B
7. E
8. E
9. D
10. A
11. E
12. C
13. D
14. D
15. E
16. D
17. C
18. B
19. A
20. A
21. B
22. E
23. E
24. B
25. C
26. D
27. C
28. A
29. D
30. A