UFRGS - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA
EXAME DE SELEÇÃO 2007 MESTRADO - GABARITO DA PROVA OBJETIVA

Nome: Documento:

(A) Em cada questão , marque um X correspondendo a sua escolha;
(B) utilize caneta esferográfica para marcar a grade;
(C) caso você já tenha marcado uma escolha e queira MUDÁ-LA, tal poderá ser feito uma ÚNICA vez por questão , mas SOMENTE mediante rubrica de qualquer dos membros da banca examinadora;
(D) todo material utilizado deve ser devolvido juntamente com esta grade de respostas.

1)	A (X)	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
2)	A ( )	B ( )	C ( )	D (X)	E ( )
3)	A ( )	B ( )	C (X)	D ( )	E ( )
4)	A ( )	B ( )	C ( )	D (X)	E ( )
5)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E (X)
6)	A (X)	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
7)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E (X)
8)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E (X)
9)	A ( )	B ( )	C (X)	D ( )	E ( )
10)	A ( )	B ( )	C (X)	D ( )	E ( )
11)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E (X)
12)	A (X)	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
13)	A ( )	B ( )	C (X)	D ( )	E ( )
14)	A (X)	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
15)	A ( )	B ( )	C ( )	D (X)	E ( )
16)	A ( )	B (X)	C ( )	D ( )	E ( )
17)	A ( )	B ( )	C (X)	D ( )	E ( )
18)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E (X)
19)	A ( )	B ( )	C ( )	D (X)	E ( )
20)	A (X)	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
21)	A ( )	B ( )	C (X)	D ( )	E ( )
22)	A ( )	B (X)	C ( )	D ( )	E ( )
23)	A ( )	B (X)	C ( )	D ( )	E ( )
24)	A ( )	B ( )	C ( )	D (X)	E ( )
25)	A (X)	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
26)	A ( )	B ( )	C ( )	D (X)	E ( )
27)	A ( )	B ( )	C ( )	D (X)	E ( )
28)	A ( )	B (X)	C ( )	D ( )	E ( )
29)	A (X)	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
30)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E (X)

UFRGS - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA
EXAME DE SELEÇÃO 2007 MESTRADO - GABARITO DA PROVA OBJETIVA

Nome: Documento:

(A) Em cada questão , marque um X correspondendo a sua escolha;
(B) utilize caneta esferográfica para marcar a grade;
(C) caso você já tenha marcado uma escolha e queira MUDÁ-LA, tal poderá ser feito uma ÚNICA vez por questão , mas SOMENTE mediante rubrica de qualquer dos membros da banca examinadora;
(D) todo material utilizado deve ser devolvido juntamente com esta grade de respostas.

1)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
2)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
3)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
4)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
5)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
6)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
7)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
8)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
9)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
10)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
11)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
12)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
13)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
14)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
15)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
16)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
17)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
18)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
19)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
20)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
21)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
22)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
23)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
24)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
25)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
26)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
27)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
28)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
29)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )
30)	A ( )	B ( )	C ( )	D ( )	E ( )

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA
EXAME DE SELEÇÃO 2007 - MESTRADO

Nome: , Documento:

Indique a resposta apropriada na grade de respostas para cada uma das seguintes questões.
Todo material utilizado deve ser devolvido juntamente com a grade de respostas.
Somente é permitido o uso de caneta, lápis e borracha durante a prova. Utilize caneta para a grade de respostas.

1. A declividade da reta tangente á curva $xy(x+y) = x + y^4$ no ponto $(1,1)$ é

(a) 2

(b) 1

(c) 0

(d) -1

(e) -2

2. Seja $f(x) = x^k e^{-x}$, onde k é uma constante positiva. Para $x > 0$, o valor máximo que f assume é

(a) $\left(\frac{e}{k}\right)^k$

(b) $\sqrt[k]{\frac{e}{k^k}}$

(c) $\frac{(\ln(k))^k}{k}$

(d) $\left(\frac{k}{e}\right)^k$

(e) k

3. Na expansão em Série de Taylor da função $f(x) = e^{x^2-x}$, o coeficiente de x^3 é

(a) -7

(b) $-3/2$

(c) $-7/6$

(d) $7/6$

(e) $3/2$

4. Seja o problema da valor inicial

$$\begin{cases} \dfrac{d^2y}{dx^2} & = & 1-e^y, & \text{para } x>0 \\ y(0)=1 & \text{e} & \dfrac{dy}{dx}(0)=0 & \end{cases}$$

Dentre as opções abaixo, a que melhor representa a solução $y(x)$ em uma vizinhança de $x=0$ é

(a) $1+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4!}x^4+\mathcal{O}\left(x^6\right)$

(b) $1+\frac{1-e}{2}x^2-\frac{(1-e^2)}{4!}x^4+\mathcal{O}\left(x^6\right)$

(c) $1+\frac{e}{2}x^2-\frac{e^2}{4!}x^4+\mathcal{O}\left(x^6\right)$

(d) $1+\frac{1-e}{2}x^2-\frac{e(1-e)}{4!}x^4+\mathcal{O}\left(x^6\right)$

(e) $1+\frac{1-e}{2}x^2-\frac{(1-e)^2}{4!}x^4+\mathcal{O}\left(x^6\right)$

5. Dadas a afirmações

(I) a série $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$ é convergente;

(II) a série $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln n}{n}$ é convergente;

(III) a série $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$ é convergente.

É correto afirmar que

(a) somente I é falsa;

(b) somente I e III são verdadeiras ;

(c) somente III é falsa;

(d) somente II e III são falsas;

(e) somente II é verdadeira.

6. Se $\lambda_1=3+4i$ é autovalor de uma matriz real A, onde $i^2=-1$, então

(a) $\lambda=\bar{\lambda}_1$ é autovalor de A;

(b) $\lambda=-\lambda_1$ é autovalor de A;

(c) $\lambda=\lambda_1\bar{\lambda}_1$ é autovalor de A;

(d) $\lambda=1/\lambda_1$ é autovalor de A;

(e) nenhuma das alternativas acima está correta.

7. Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ linear tal que

$$T\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad T\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Então é correto afirmar que

(a) $Tu = \begin{bmatrix} 13 \\ 12 \end{bmatrix}$

(b) $Tu = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$

(c) $Tu = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$

(d) $Tu = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}$

(e) $Tu = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

8. Sejam a e b dois números reais racionais positivos. Então é correto afirmar que

(a) a solução da equação $ax^2 + 2abx + b = 0$ é sempre racional;

(b) $\sqrt{a}$ e $\sqrt{b}$ são ambos racionais sempre que $a + b$ for racional;

(c) $a - b$ é racional se e somente se $\sqrt{a}$ e $\sqrt{b}$ são racionais;

(d) $\sqrt{a+b}$ é racional sempre que $a^2 + b^2$ for racional;

(e) $\sqrt{a}$ e $\sqrt{b}$ são ambos racionais se e somente se $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ for racional;

9. Sendo A uma matriz quadrada real, é correto afirmar que

(a) A é diagonalizável se e somente se todos os seus autovalores são distintos;

(b) A é auto-adjunta sempre que seus autovalores λ satisfizerem $|\lambda| = 1$;

(c) A é não -singular sempre que for positiva definida;

(d) A é ortogonal sempre que $A^T A = AA^T$;

(e) A pode ser singular se dois de seus autovalores forem iguais;

10. A solução geral da EDO $dy/dx + y = xy^2$ é

(a) $y = Ce^x + x + 1, C \in \mathbb{R}$

(b) $y = 1 + \dfrac{1}{Ce^x + x}, C \in \mathbb{R}$

(c) $y = \dfrac{1}{Ce^x + x + 1}, C \in \mathbb{R}$

(d) $y = \dfrac{Ce^x}{x + 1}, C \in \mathbb{R}$

(e) $y = \dfrac{x+1}{Ce^x}, C \in \mathbb{R}$

11. Sejam f, g e h funções reais definidas em $(0, \infty)$ tais que $(f \circ g)(x) = (g \circ h)(x)$. Se $f(x) = x + 2$ e $g(x) = \ln(x)$, então $h(x) =$

(a) $\ln(2 + e^x)$

(b) $\ln(x + 2)$

(c) $x + e^2$

(d) $2 + \ln(x)$

(e) xe^2

12. O valor de $\lim_{x \to 0} (\cos(x))^{\dfrac{1}{x^2}}$ é

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$

(b) e

(c) ∞

(d) 0

(e) π

13. O valor de $\lim_{n \to \infty} \sqrt{n} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \right)$ é

(a) ∞

(b) 0

(c) $\dfrac{1}{2}$

(d) e

(e) 1

14. O valor de $\dfrac{d}{dx} \displaystyle\int_{x^2}^{e} e^{-f(\ln y)}\, dy$ é

(a) $-2xe^{-f(2 \ln x)}$

(b) $e^{-f(1)} - e^{-f(\ln x^2)}$

(c) $e^{-f(\ln x^2)} - e^{-f(1)}$

(d) $e^{-f(2 \ln x)}$

(e) -$e^{-f(2 \ln x)} \dfrac{f'(2 \ln x)}{x^2}$

15. Dado qualquer inteiro $n \geq 0$, seja $I_n = \int_0^1 x^n e^{x-1}\, dx$. É correto afirmar que, para $n > 0$,

(a) $I_n = (1-n)^{n-1} + (-1)^n n! I_0$

(b) $I_n = (I_{n-1})^n$

(c) $I_n \geq I_{n-1}$

(d) $I_{n-1} = \dfrac{1 - I_n}{n}$

(e) $I_n = -\dfrac{1}{e} + nI_{n-1}$

16. Seja o campo vetorial $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\phi(x) = (x_2^3 + x_1 - x_2^2 x_3^2, x_1^2 + x_2 - x_1^2 x_3^2, x_1^2 + x_2^2 + x_3)$, onde x_i é a i-ésima componente de x; e a integral

$$I_\Sigma = \int_\Sigma \phi(\zeta) \cdot n(\zeta) \;\; d^2(\zeta)$$

onde $n(\zeta)$ é o normal unitário de uma superfície fechada Σ orientado para fora da mesma. É correto afirmar que se Σ for a casca esférica de raio 1 com centro na origem, I_Σ vale

(a) 0

(b) 4π

(c) 1

(d) $\dfrac{4}{3}\pi$

(e) 3

17. Seja a função real periódica de período 2, definida em $x \in [-1, 1)$ como $f(x) = x^3$ e a série de Fourier

$$\tilde{f}(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{-i\pi n x} \text{ onde } c_n = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} f(\xi)\, e^{i\pi n \xi}\, d\xi.$$

São feitas as afirmações :

(I) $\tilde{f}(x)$ converge uniformemente em todos os intervalos fechados que não contenham os pontos $(2n+1)$, $n \in \mathbb{Z}$;

(II) $\tilde{f}(x)$ converge pontualmente para todo $x \in (-1, 1)$;

(III) $\tilde{f}(x)$ converge uniformemente em toda a reta.

Estão corretas

(a) apenas I

(b) apenas III

(c) I e II

(d) I e III

(e) nenhuma

18. Sabendo que $y(0) = y_0 > 0$, a solução geral da EDO $dy/dx - xy = x$ é

(a) $y(x) = Ce^{x^2/2} + 1$, onde $C = y_0 - 1$

(b) $y(x) = \dfrac{C}{e^{x^2/2}}$, onde $C = y_0$

(c) $y(x) = \dfrac{1}{x^2/2 + C} - 1$, onde $C = \frac{1}{1+y_0}$

(d) $y(x) = \dfrac{C}{x+1} - 1$, onde $C = y_0 + 1$

(e) $y(x) = Ce^{x^2/2} - 1$, onde $C = y_0 + 1$

19. Considerando $f(x) = \exp(\sqrt{|x|})$, podemos afirmar que

(a) f não é contínua em $x = 0$, pois não é diferenciável neste ponto;

(b) f é derivável em $x = 0$, mas não é diferenciável neste ponto;

(c) $f'(0) = 0$, uma vez que $x = 0$ é ponto de mínimo relativo;

(d) f é contínua em $x = 0$, apesar de não ser derivável neste ponto;

(e) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{f'(x)} = -1$.

20. Sabendo que x é um infinitésimo da unidade ($0 < x \ll 1$) então , quanto ao erro absoluto $e(x)$ que existe ao substituirmos $\dfrac{x}{1+x}$ por $x(1-x)$, podemos afirmar que

(a) $e(x) = \mathcal{O}(x^3)$

(b) $e(x) = \mathcal{O}(x^2)$

(c) $e(x) = \mathcal{O}(x)$

(d) $e(x) = \mathcal{O}(1)$

(e) $e(x) = \mathcal{O}(1/x)$

21. Considere $f : (-1, 1] \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(u+1) = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4} + \frac{u^5}{5} - \frac{u^6}{6} + \ \ldots.$$

É correto afirmar que

(a) f é analítica em toda a reta, pois sempre será um polinômio;

(b) $f(x)$ não é contínua em $x = 0$;

(c) $f'(1/2) = 2$

(d) f é simétrica em relação a $x = 1$, e portanto $f'(1) = 0$;

(e) ambos $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ existem;

22. Considerando

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\sin(xy)}{x^2+y^2}, & x \neq 0, y \neq 0 \\ 0, & x = 0, y = 0 \end{cases}$$

é correto afirmar que

(a) f é diferenciável em todo o plano, mas suas derivadas parciais não são contínuas em $(0,0)$;

(b) f tem descontinuidade apenas no ponto $(0,0)$;

(c) f é contínua em todo o plano, mas não é diferenciável em $(0,0)$;

(d) f é contínua em todos os pontos das retas $x = 0$ e $y = 0$, apesar de não ser diferenciável nesses pontos;

(e) f não é contínua sobre a reta $x = 0$, e nem sobre $y = 0$, pois não é derivável nesses pontos.

23. Se as variáveis P, V e T estão relacionadas por $PV = \mu RT$, onde μ e R são constantes, é correto afirmar que

(a) P aumenta quando V aumenta;

(b) a razão PV/T nunca se altera;

(c) V aumenta quando T aumenta;

(d) o produto PV é constante;

(e) V diminui quanto T aumenta.

24. Quantas soluções $y(x)$ admite a equação diferencial $y' = y^{1/5}$ com condição inicial $y(0) = 0$ no domínio $x \geq 0$?

(a) nenhuma solução exceto a solução identicamente nula;

(b) cinco possíveis soluções , todas raizes quintas de uma mesma função ;

(c) quatro soluções ;

(d) infinitas soluções ;

(e) uma única solução não identicamente nula;

25. Seja $\mathcal{P}_n$ o espaço vetorial dos polinômios de grau menor ou igual a n. A dimensão do núcleo da transformação linear $T : \mathcal{P}^3 \to \mathcal{P}^3$, definida como $Tp\,(x) = 5p(x) - \dfrac{d^2p}{dx^2}(x)$ é

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(e) 5

26. Considere a solução de $Ax = b$, onde a matriz A tem mais linhas do que colunas. É correto afirmar que

(a) não existe solução , pois temos mais equações do que incógnitas;

(b) a solução existe e é única se A tiver posto máximo;

(c) o sistema normal $A^T Ax = A^T b$ sempre nos dará a melhor solução de $Ax = b$ no sentido dos Mínimos Quadrados;

(d) existem infinitas soluções sempre que b pertence ao espaço coluna de A;

(e) existem infinitas soluções sempre que A tiver posto máximo.

27. Considere a equação $d^2y/dt^2 + ay = b$, onde a, b são números reais não -nulos. Podemos afirmar que esta equação , para qualquer condição inicial $y(0) = y_0$

(a) possui solução periódica não -constante sempre que a e b tiverem o mesmo sinal;

(b) possui solução ilimitada na reta sempre que a e b tiverem o mesmo sinal;

(c) possui soluções assintoticamente estáveis sempre que a for positivo;

(d) possui solução limitada para $t > 0$ somente se a é não -negativo;

(d) possui algumas soluções que não são definidas para todo $t > 0$.

28. Considerando $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy$, onde $x, y \in \mathbb{R}$, é correto afirmar que

(a) $(0, 0)$ é ponto de máximo local de f;

(b) não existem máximos ou mínimos absolutos de f;

(c) $(0, 0)$ é ponto de mínimo absoluto de f;

(d) $(-1, -1)$ é ponto de mínimo absoluto de f;

(e) f não possui pontos estacionários.

29. O espaço de soluções de $Ax = b$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

pode ser também descrito como

(a) uma reta pela origem no $\mathbb{R}^3$

(b) um plano pela origem no $\mathbb{R}^3$;

(c) todo o $\mathbb{R}^3$

(d) a origem;

(e) o conjunto vazio.

30. Seja o campo vetorial $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por

$$F(x) = (1 + x_1^2 e^{-x_1^2}, 1 + x_2^2 e^{-x_2^2}, 1 + x_3^2 e^{-x_3^2}), \text{ onde } x = (x_1, x_2, x_3)$$

A integral $I_\Sigma = \displaystyle\int_\Sigma F(\zeta) \cdot n(\zeta) \;\; d^2\zeta$, onde $n(\zeta)$ é o vetor normal unitário à superfcie aberta Σ, dada pela parte da casca esférica de raio 1 e centro $\left(0, 0, \dfrac{1}{2}\right)$ que intercepta a regio $x_3 > 0$. É correto afirmar que I_Σ vale

(a) 0

(b) π

(c) 4π

(d) 1

(e) $\dfrac{3}{4}\pi$