

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA
EXAME DE SELEÇÃO 2006/2 - Parte I

Nome:

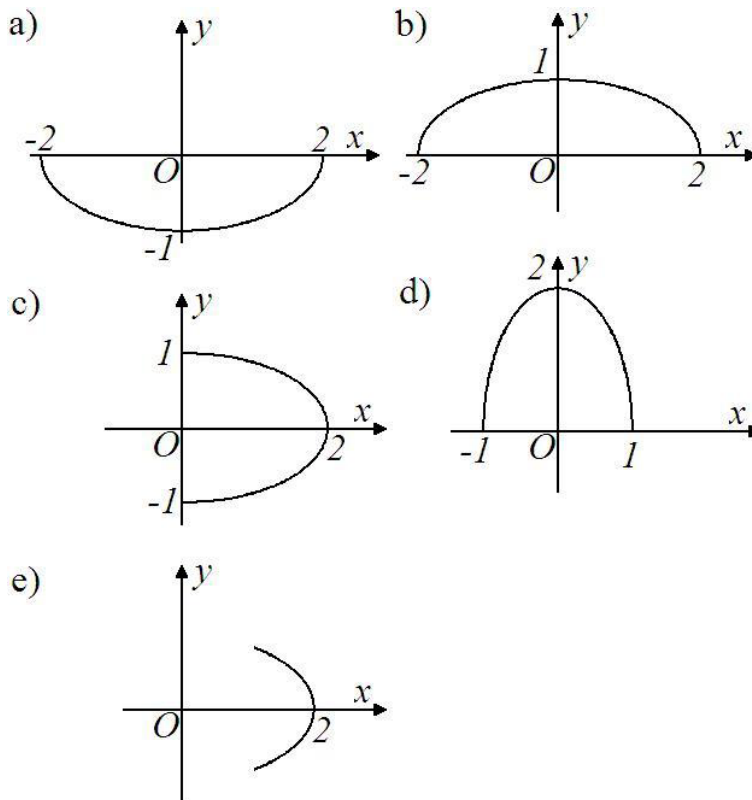
Documento:

Indique a resposta apropriada na grade de respostas para cada uma das seguintes questões.

Obs.: Todo material utilizado deve ser devolvido juntamente com a grade de respostas. Só é permitido o uso de caneta, lápis e borracha. Utilizar caneta para a grade de respostas.

1. Sejam x e y dois números reais quaisquer, a expressão $\frac{(x+y) + |x-y|}{2}$ é igual a:
 - (a) a média de $|x+y|$ e $(x-y)$.
 - (b) a média de $|x|$ e $|y|$.
 - (c) $|x-y|$.
 - (d) o máximo de x e y .
 - (e) o mínimo de x e y .
2. Qual o valor de $\sinh(\ln 2)$?
 - (a) $\frac{3}{4}$
 - (b) 2
 - (c) 0
 - (d) 4
 - (e) $\frac{5}{4}$
3. Tendo M^C , $M \cup N$ e $M \cap N$ as definições clássicas de complemento, união e intersecção de conjuntos, então **não é verdade** que, para conjuntos quaisquer A , B , E
 - (a) $((A \cup B) \cup E)^C = (A^C \cap B^C) \cap E^C$
 - (b) $(A \cup B)^C \cap E = (A^C \cap E) \cap B^C$
 - (c) $(A \cap B) \cap E = (A \cap E) \cap B$
 - (d) $(A \cup B) \cap E = (A \cap E) \cup (B \cap E)$
 - (e) $(A \cup B) \cap E^C = (A \cup B)^C \cup E$
4. Seja h uma função contínua definida no intervalo aberto (a, b) tal que $a^3 < h(x) < x^3$ para todo $x \in (a, b)$, então h é
 - (a) uma função não limitada.
 - (b) uma função não constante.
 - (c) uma função não negativa.
 - (d) uma função estritamente crescente.
 - (e) um polinômio de grau 3.

5. Qual dos gráficos abaixo descreve a curva parametrizada por $x(t) = 2 \sin(2t)$, $y(t) = \cos(2t)$, para $-\frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$



6. Sejam os gráficos das curvas $y = x^{10}$ e $y = 3^x$. Em quantos pontos do plano xy essas curvas se intersectam?

- (a) Em três pontos.
- (b) Em nenhum ponto.
- (c) Em um ponto.
- (d) Em dois pontos.
- (e) Em quatro pontos.

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!} =$

- (a) $3e$
- (b) $(e+1)^3$
- (c) e^3
- (d) $5e$
- (e) ∞

8. $\frac{d}{dx} \int_2^{x^3} f(y^2) dy =$

- (a) $f(x^6)$
- (b) $3x^2 f(x^6)$
- (c) $f(x^6) - f(4)$
- (d) $3x^2 f(x^2)$
- (e) $3x^2 \int_2^x f(y^2) dy$

9. Qual o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x \cos(t^2) dt$?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) ∞
- (d) 2
- (e) Não existe pois a função oscila entre -1 e 1 quando $x \rightarrow 0$.

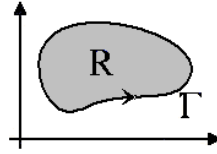
10. Seja $u(x, t)$ uma função infinitamente diferenciável em $(a, b) \times (0, \infty)$, com $u(a, t) = u(b, t) = 0$. A função $F(t) = \int_a^b u(y, t) u_{xx}(y, t) dy$ é igual a

- (a) $\int_a^b u^2(y, t) u_{xx}(y, t) + u(y, t) u_{xx}^2(y, t) dy$
- (b) $\int_a^b u(y, t) u_x(y, t) + u_{xx}(y, t) dy$
- (c) $-\int_a^b u^2(y, t) u_x(y, t) dy$
- (d) $-\int_a^b u_x^2(y, t) dy$
- (e) Nenhuma das alternativas acima.

11. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ contínua, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

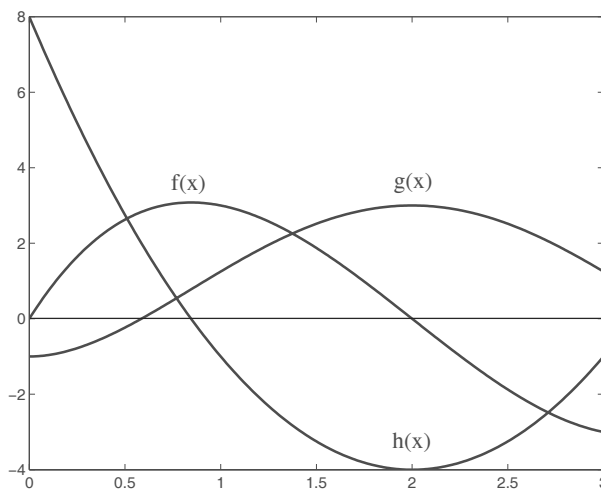
- (a) $\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx = 0 \not\Rightarrow f(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
- (b) $f^2 + 2f$ é constante $\not\Rightarrow f$ é constante.
- (c) $\int_1^x f(s) ds = 0$ para todo $x \in \mathbb{R} \not\Rightarrow f(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
- (d) $f \circ f$ é constante $\not\Rightarrow f$ é constante.
- (e) Nenhuma das alternativas acima.

12. Seja R uma região aberta no plano, simplesmente conexa, cuja fronteira $\Gamma = \partial R$ é uma curva fechada, suave, simples, como na figura abaixo. Qual das seguintes expressões fornece o valor da área da região R ?



- (a) $\oint_{\Gamma} x \, dy$
- (b) $\oint_{\Gamma} y \, dx$
- (c) $\oint_{\Gamma} x \, dy + y \, dx$
- (d) $\oint_{\Gamma} x \, dy - y \, dx$
- (e) Nenhuma das alternativas acima.
13. Qual o limite $g(x)$ da função $f(x) = e^{-ax^2}$, quando $a \rightarrow \infty$:
- (a) $g(x) = \begin{cases} 1, & x = 0; \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$
- (b) $g(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- (c) $g(x) = -2axe^{-ax^2}, \forall x \in \mathbb{R}$
- (d) $g(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 1, & x > 0 \end{cases}$
- (e) $g(x) = \begin{cases} -1, & x \leq 0; \\ 1, & x > 0 \end{cases}$
14. Se $f(x) = x^2 - 10$ e $g(x) = \ln(x^2 - 36)$, então o domínio de $(g \circ f)(x)$ é
- (a) $(36, \infty)$
- (b) $(4, \infty)$
- (c) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
- (d) $(-\infty, -4) \cup (-2, 2) \cup (4, \infty)$
- (e) nenhuma das alternativas acima.
15. Se $\int_{-2}^4 f(x) \, dx = 1$, então $K = 12 \int_0^1 f(6x - 2) \, dx$ é igual a
- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4
- (e) 5

16. Considere os gráficos das funções f , g e h . Qual das alternativas é verdadeira?



- (a) $g' = h$ e $h' = f$.
- (b) $f' = g$ e $h' = g$.
- (c) $f' = h$ e $g' = f$.
- (d) $f' = g$ e $g' = h$.
- (e) nenhuma das alternativas acima.

17. Seja a função $[x]$ definida como o menor inteiro maior que x . Qual o valor de $\int_0^n [x] dx$ para n inteiro positivo?

- (a) n
- (b) $n + 1$
- (c) $n - 1$
- (d) $\frac{1}{2}n(n + 1)$
- (e) $\frac{1}{2}n(n - 1)$

18. Seja $f(x) = \arctan(|x|)$. Podemos afirmar que:
- (a) f não é contínua em $x = 0$ pois não é diferenciável em $x = 0$.
 - (b) f possui infinitos pontos de descontinuidade.
 - (c) f tem assíntota horizontal de equação $y = \frac{\pi}{2}$.
 - (d) f é derivável em todos os pontos da reta, entretanto sua derivada não é contínua em $x = 0$.
 - (e) nenhuma das alternativas acima.
19. No domínio $0 < x < \pi$, a matriz $\begin{pmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{pmatrix}$ possui dois autovalores complexos distintos λ_1 e λ_2 . Para qual valor de x , no domínio previamente definido, os autovalores são tais que $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$?
- (a) $\frac{\pi}{6}$
 - (b) $\frac{\pi}{2}$
 - (c) $\frac{\pi}{4}$
 - (d) $\frac{3\pi}{2}$
 - (e) $\frac{\pi}{3}$
20. Seja A uma matriz 3×3 com espectro $\sigma(A) = \text{Spec}(A) = \{-1, 1, 3\}$. Então os autovalores de $5I + A + A^2$ são
- (a) $\{-5, 7, 17\}$
 - (b) $\{-5, 7, 7\}$
 - (c) $\{5, 7, 17\}$
 - (d) $\{-5, 7, 27\}$
 - (e) $\{5, -7, 17\}$
21. Uma matriz quadrada A é dita anti-simétrica se $A = -A^T$, onde A^T simboliza a matriz transposta de A . Qual é a dimensão do espaço formado pelas matrizes reais anti-simétricas $n \times n$?
- (a) $\frac{1}{2}n$
 - (b) $\frac{1}{2}n(n-1)$
 - (c) $\frac{1}{2}n^2$
 - (d) $\frac{1}{2}n(n+1)$
 - (e) $\frac{1}{2}n!$

22. Sejam A , B e C matrizes reais inversíveis $n \times n$. Quais das seguintes afirmações são verdadeiras?

- I. $A = CBC^{-1} \Rightarrow A^3 = CB^3C^{-1}$
- II. $A^{-1} = C \Rightarrow ABC = B$
- III. $((AB)^T)^{-1} = (A^{-1})^T(B^{-1})^T$

- (a) Somente I.
- (b) Somente III.
- (c) Somente I e III.
- (d) Somente II e III.
- (e) Nenhuma das alternativas acima.

23. Duas soluções distintas, \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 , podem ser encontradas para um dado sistema linear $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Quais das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

- (a) $\mathbf{b} = \mathbf{0}$.
- (b) A é inversível.
- (c) A tem mais colunas do que linhas.
- (d) $\mathbf{x}_1 = -\mathbf{x}_2$
- (e) Existe uma solução \mathbf{x} tal que $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}_1$ e $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}_2$.

24. Sejam os vetores \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 ortonormais. Então $\langle \mathbf{v}_1 + 2\mathbf{v}_2, 2\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 \rangle$ é igual a

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3
- (e) 4

25. Seja o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ a + 2b + 3c = 0 \\ a + 3b + \gamma c = 0 \end{cases}$$

onde a , b e c são variáveis reais e γ uma constante real. Quais das seguintes afirmações sobre o sistema são verdadeiras?

- I. Existe um valor de γ para o qual o sistema não possui solução.
- II. Existe um valor de γ para o qual o sistema possui uma única solução.
- III. Existe um valor de γ para o qual o sistema possui mais de uma solução.

- (a) Somente II e III.
- (b) Somente I e II.
- (c) Somente I e III.
- (d) Somente II.
- (e) I, II e III.

26. Quantas soluções $y(x)$ admite a equação diferencial ordinária $y' = y^{1/3}$ com condição inicial $y(0) = 0$ no domínio $x \geq 0$?
- Três soluções.
 - Uma única solução.
 - Duas soluções.
 - Nenhuma solução.
 - Infinitas soluções.
27. A função $y(x) = x^m$ é solução da equação diferencial $x^3y''' + x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$ em $(-\infty, +\infty)$ para os valores de m iguais a
- $\{0, 1, 2\}$
 - $\{0, -1, 1\}$
 - $\{0, 1\}$
 - $\{0, -1\}$
 - nenhuma das alternativas acima.
28. Qual é a solução geral da equação diferencial $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$?
- $e^{\frac{y}{x}} = cx$
 - $e^{\frac{y}{x}} = cy$
 - $e^{\frac{x}{y}} = cx$
 - $e^{\frac{x}{y}} = cy$
 - $e^{\frac{-x}{y}} = cx$
29. Qual é a solução geral da equação $\frac{d^3y}{dt^3} - 3\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} = 8$?
- $y(t) = 4t + c_1e^t + c_2e^{2t} + c_3e^{-5t}$
 - $y(t) = 4 + c_1e^t + c_2e^{2t} + c_3e^{-5t}$
 - $y(t) = 4t + c_1e^t + c_2e^{-t} + c_3e^{-5t}$
 - $y(t) = 4t^2 + c_1 + c_2e^t + c_3e^{2t}$
 - $y(t) = 4t + c_1 + c_2e^t + c_3e^{2t}$
30. Sendo $x = x(t)$ uma função satisfazendo $\frac{dx}{dt} = x(x-4)$; $x(0) = x_0 \geq 0$, é verdade que
- se $x_0 \neq 4$ então $x(t) \rightarrow 0$ ao $t \rightarrow \infty$.
 - se $0 \leq x_0 < 4$ então $x(t) \rightarrow \infty$ ao $t \rightarrow \infty$.
 - se $x_0 > 4$ então $x(t) \rightarrow \infty$ ao $t \rightarrow \infty$.
 - se $x_0 > 0$ então $x(t) \rightarrow 4$ ao $t \rightarrow \infty$.
 - nenhuma das alternativas acima está correta.

UFRGS - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA
EXAME DE SELEÇÃO 2006/2 MESTRADO E DOUTORADO - GRADE DE RESPOSTAS

Nome:

Documento:

- em cada questão, marque um X correspondendo à sua escolha;
- utilize caneta esferográfica para marcar a grade;
- caso você já tenha marcado uma escolha e queira MUDÁ-LA, tal poderá ser feito uma ÚNICA vez por questão, mas SOMENTE mediante rubrica de qualquer dos membros da banca examinadora.

1)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
2)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
3)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
4)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
5)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
6)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
7)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
8)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
9)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
10)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
11)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
12)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
13)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
14)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
15)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
16)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
17)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
18)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
19)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
20)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
21)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
22)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
23)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
24)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
25)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
26)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
27)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
28)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
29)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()
30)	A ()	B ()	C ()	D ()	E ()

Reservado à banca examinadora: corretas: _____, incorretas: _____, escore: _____.

UFRGS - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA
 EXAME DE SELEÇÃO 2006/2 MESTRADO E DOUTORADO - GABARITO

1)	A ()	B ()	C ()	D (X)	E ()
2)	A (X)	B ()	C ()	D ()	E ()
3)	A ()	B ()	C ()	D ()	E (X)
4)	A ()	B (X)	C ()	D ()	E ()
5)	A ()	B (X)	C ()	D ()	E ()
6)	A (X)	B ()	C ()	D ()	E ()
7)	A ()	B ()	C ()	D (X)	E ()
8)	A ()	B (X)	C ()	D ()	E ()
9)	A ()	B (X)	C ()	D ()	E ()
10)	A ()	B ()	C ()	D (X)	E ()
11)	A ()	B ()	C ()	D ()	E (X)
12)	A (X)	B ()	C ()	D ()	E ()
13)	A (X)	B ()	C ()	D ()	E ()
14)	A ()	B ()	C ()	D (X)	E ()
15)	A ()	B (X)	C ()	D ()	E ()
16)	A ()	B ()	C (X)	D ()	E ()
17)	A ()	B ()	C ()	D (X)	E ()
18)	A ()	B ()	C (X)	D ()	E ()
19)	A ()	B ()	C ()	D ()	E (X)
20)	A ()	B ()	C (X)	D ()	E ()
21)	A ()	B (X)	C ()	D ()	E ()
22)	A ()	B ()	C (X)	D ()	E ()
23)	A ()	B ()	C ()	D ()	E (X)
24)	A ()	B ()	C ()	D (X)	E ()
25)	A (X)	B ()	C ()	D ()	E ()
26)	A ()	B ()	C ()	D ()	E (X)
27)	A ()	B ()	C (X)	D ()	E ()
28)	A (X)	B ()	C ()	D ()	E ()
29)	A ()	B ()	C ()	D ()	E (X)
30)	A ()	B ()	C (X)	D ()	E ()