

EXAME ESCRITO

QUESTÃO 1

Resolva a questão abaixo, retirada da prova de nível 2 da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) 2010.

Catarina tem 210 cartões numerados de 1 a 210.

PARTE A

A1. Quantos desses cartões têm um número que é múltiplo de 3?

A2. Quantos desses cartões têm um número par que não é múltiplo de 3?

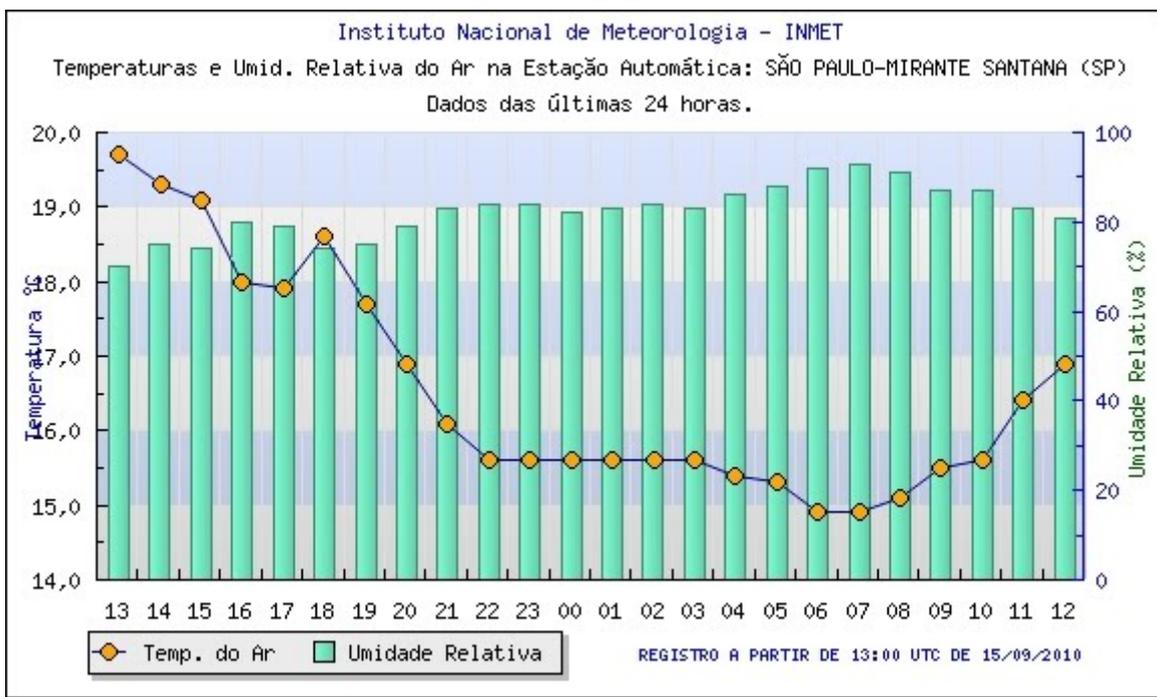
A3. Qual é o menor número de cartões que Catarina deve pegar, ao acaso, para ter certeza que 2 ou 3 seja divisor comum dos números escritos em pelo menos dois dos cartões selecionados?

PARTE B

Crie um novo item para esta questão e apresente sua solução.

QUESTÃO 2

Observe o gráfico a seguir.



PARTE A

Com base no gráfico, analise se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

A1. A variação média da temperatura do ar no período representado é negativa.

A2. No período apresentado, sempre que a temperatura diminui a umidade aumenta.

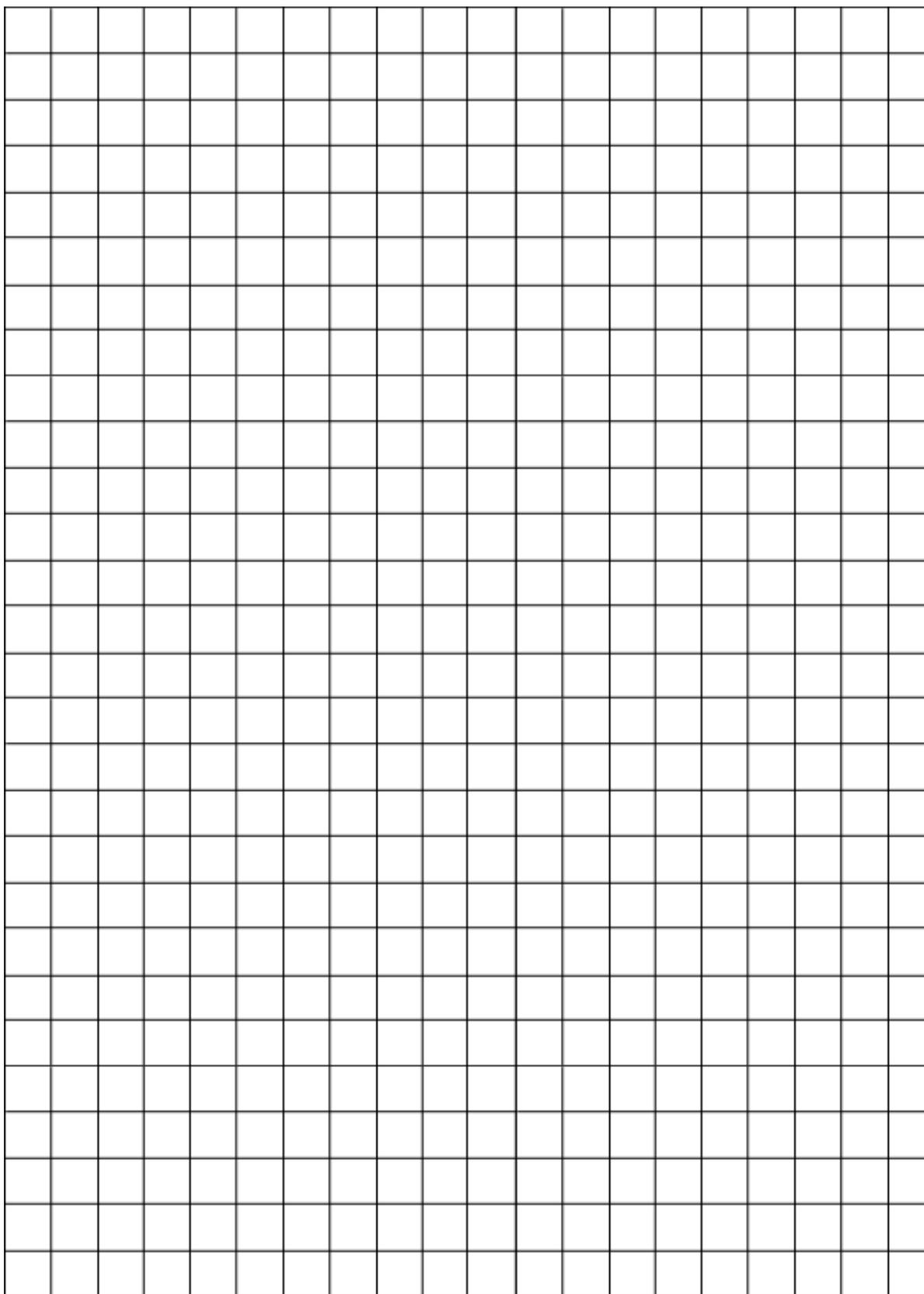
PARTE B

Considerando a temperatura do ar como uma função do tempo no período apresentado, representada por $T(t)$, sendo t , o tempo, e T , a temperatura, responda:

B1. Qual é o domínio desta função?

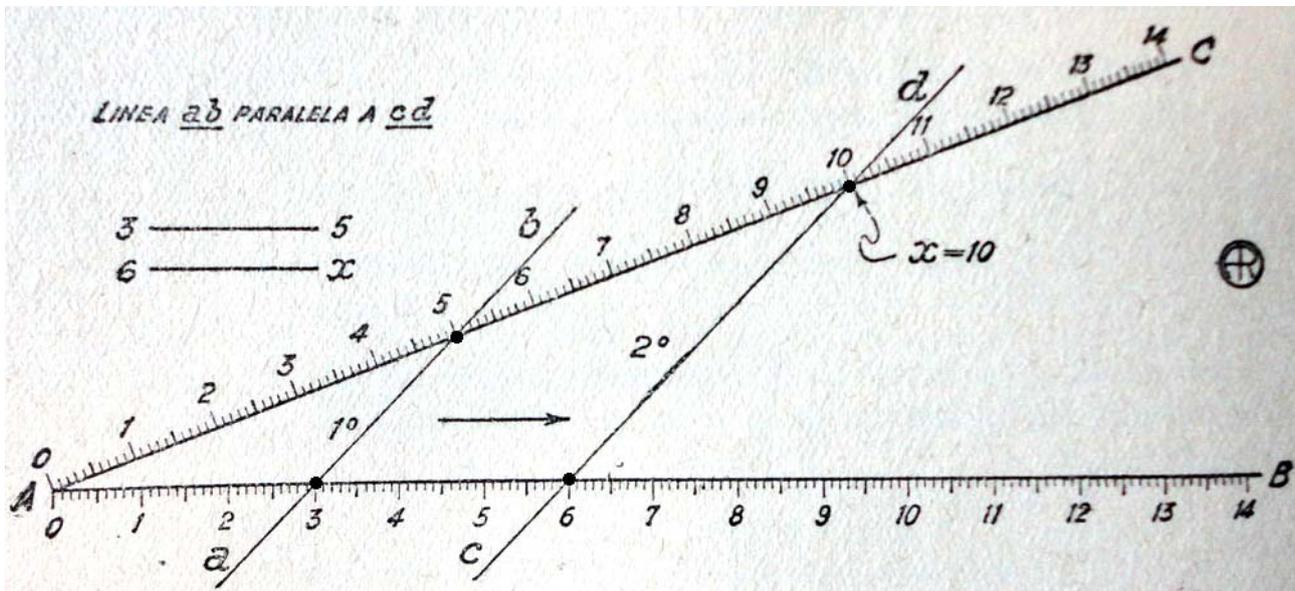
B2. Qual é a imagem desta função?

B3. No quadriculado desenhado na próxima folha, esboce o gráfico da função $H(t) = -T(t) + 17$, para $13 < t \leq 22$.



QUESTÃO 3

O esquema abaixo se encontra publicado em um livro existente na Biblioteca do Instituto de Matemática da UFRGS.



PARTE A

Segundo o autor, o uso desse esquema permite resolver graficamente problemas envolvendo proporcionalidade direta simples.

Discuta se a afirmação do autor é verdadeira ou falsa e justifique sua resposta.

PARTE B

Como você pode usar a situação acima para elaborar uma proposta de ensino para a Escola Básica? Especifique o nível de ensino considerado na sua proposta.

QUESTÃO 4

Considere um quadrilátero ABCD qualquer, onde os lados opostos \overline{AB} e \overline{CD} são congruentes entre si e as diagonais \overline{AC} e \overline{BD} também são congruentes entre si. Considere P a intersecção dessas diagonais.

Verifique se cada uma das afirmações é verdadeira ou falsa e justifique sua resposta.

- A. Os triângulos ABC e BCD são congruentes.
- B. Os triângulos ABP e DCP são congruentes.
- C. Os triângulos BCP e ADP são congruentes.
- D. ABCD é um paralelogramo.

QUESTÃO 5

Considere um grupo de jovens constituído por 5 moças e 7 rapazes.

PARTE A

Eles vão jogar vôlei e, portanto, o grupo deve ser dividido em 2 times de 6 jogadores cada. De quantas maneiras isso pode ser feito se as moças não podem ficar todas no mesmo time?

PARTE B

Se escolhermos aleatoriamente um time de 6 pessoas desse grupo, qual a probabilidade desse time conter todas as 5 moças?