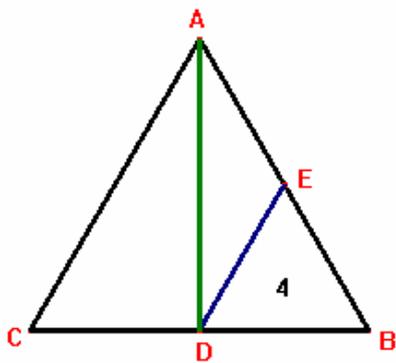


### Soluções da Prova - Nível 1

#### Problema 1:

Seja ABC um triângulo acutângulo. Sejam D e E os pontos médios dos segmentos CB e AB, respectivamente. Sabe-se que a área do triângulo DEB vale 4 unidades. Determine a área do triângulo ABC.

#### Resposta:



Considerando a figura ao lado, temos:

Área de DEB = 4u de área (dado).

Temos área de ADE = 4u de área, pois ambos têm alturas e bases de mesmo comprimento ( $AE=EB$ , por construção). Assim, o triângulo ADB tem 8u de área. Analogamente, o triângulo ACD tem, também, 8u de área. Conseqüentemente, o triângulo ABC tem 16u de área. Obs: o valor de 16u de área pode ser obtido de outras maneiras

#### Problema 2:

A quinta parte dos alunos de uma classe usam óculos. Dentre os que usam óculos,  $\frac{1}{4}$  são meninas, além disso, 6 meninos usam óculos. Quantos são os alunos dessa classe?

#### Resposta:

Alunos que usam óculos:  $\frac{1}{4}$  são meninas + 6 meninos. Assim,  $\frac{3}{4}$  dos alunos com óculos são 6 meninos, isto é,  $\frac{1}{4} = 2$  alunos (2 meninas). Conseqüentemente, temos 4 vezes 2 alunos = 8 alunos que usam óculos. Como  $\frac{1}{5}$  dos alunos usam óculos, temos que o número total de alunos é igual a 5 vezes 8 alunos = 40 alunos.

Problema 3:

Deseja-se numerar as páginas de um dicionário a partir do número 1, de modo que o número total de dígitos utilizados sejam 2322. Quantas páginas têm o dicionário? Observação: os dígitos são 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

Resposta:

Considerando a tabela abaixo:

Página	Quantidade de dígitos	Subtotal
1 a 9	9	9
10 a 19	20	29
20 a 29	20	49
...	...	...
...	...	...
90 a 99	20	189
100 a 199	300	489
200 a 299	300	789
...	...	...
...	...	...
700 a 799	300	2289
800 a 809	30	2319

Logo, o total de páginas é  $809+1=810$ , pois  $2319$  dígitos +  $3$  dígitos =  $2322$  dígitos.

Problema 4:

Cinco anos atrás, a população de Itapopoca era igual à população que Nhocoró tem hoje. De lá para cá, a população de Itapopoca não mudou, mas a de Nhocoró cresceu 40%. Hoje, a soma das duas cidades é de 12.000 habitantes. Há cinco anos, qual era a soma destas duas populações?

Resposta:

5 anos atrás:  $Pop_{ITA} = Pop_{NHO}$  hoje.

Hoje:  $Pop_{ITA}$  não mudou.  $Pop_{NHO}$  cresceu 40% até hoje.

A soma total das populações das duas cidades hoje é de 12000 hab.

Assim, temos que hoje  $Pop_{ITA} = Pop_{NHO} = 6000$  hab. Seja  $p = Pop_{NHO}$  5 anos atrás,

temos que:

$$p \times 0,4p = 6000$$

$$1,4p = 6000$$

$$p = \frac{6000}{1,4} \cong 4285,7$$

$$\text{Total hoje} = 6000 + 4285,7 \cong 10286 \text{ hab.}$$

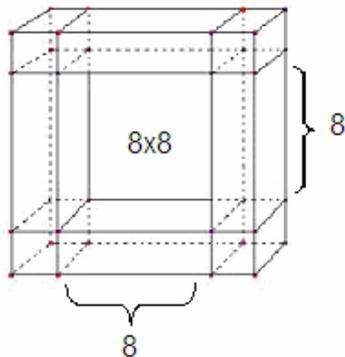
Problema 5:

Pintam-se de preto todas as faces de um cubo de madeira, cujas arestas medem 10cm. Por cortes paralelos às faces, o cubo é dividido em 1000 cubos pequenos, cada um com arestas medindo 1cm. Determine:

- o número de cubos que não possuem nenhuma face pintada;
- o número de cubos que possuem uma única face pintada de preto;
- o número de cubos que possuem exatamente duas faces pintadas de preto;
- o número de cubos que possuem três faces pintadas de preto.

Resposta:

Por construção, temos que o cubo original com 10cm de aresta foi decomposto em 1000 cubos de 1cm de aresta. Retirando a camada mais externa de cubos de 1cm de aresta, temos  $1000 - 8 - (8 \times 4 \times 3) - 6 \times 8^2 = 8^3 = 512$ .



A figura ao lado corresponde a parte frontal da camada mais externa do cubo, onde se visualiza os cubos pintados nas três faces (4 cubos), os cubos pintados em duas faces (4x8) e os cubos pintados em uma face só (8x8).

- 512 cubos de 1cm de aresta.
- $6 \times 8^2 = 384$  cubos de 1cm de aresta.
- $8 \times 4 \times 3 = 96$  cubos de 1cm de aresta.
- 8 cubos de 1cm de aresta.