

OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA - GRANDE PORTO ALEGRE - 2004
SEGUNDA FASE - NÍVEL 2

Instruções.

- A duração da prova é de 4 horas;
- Não é permitido o uso de calculadora nem consulta a livro ou notas;
- Você pode solicitar papel para rascunho;
- Todas as suas respostas devem ser justificadas.

Problema 1: Três pagadores de promessa decidem andar da capital do país onde vivem até um santuário. Cada um levará três dias para chegar. O primeiro percorre no primeiro dia $\frac{1}{6}$ da distância total e $\frac{3}{7}$ no segundo dia. O segundo percorre, $\frac{1}{3}$ no primeiro dia e $\frac{5}{14}$ no segundo dia. O terceiro percorre nos dois dias distâncias iguais e no final do segundo dia está na metade do caminho entre os outros dois.

- (1) Se na terceira etapa os três viajam à mesma velocidade, em que ordem chegam ao santuário?

Problema 2: Em uma clube, duzentos meninos praticam natação, futebol ou tênis. Metade dos meninos que praticam tênis, também praticam natação. Para a natação vão o dobro dos que praticam tênis. 60 meninos apenas praticam natação. Esse número é o mesmo dos que só praticam futebol e 100 não praticam futebol. Só 6 meninos praticam os três esportes.

- (1) Quantos meninos praticam tênis ou natação?
- (2) Quantos praticam tênis e natação?
- (3) Quantos praticam tênis? E natação? E futebol?
- (4) Quantos praticam futebol e natação mas não praticam tênis?

Problema 3: Seja $PQRST$ um pentágono inscrito numa circunferência de centro O , onde $PQ = 70^\circ$. Sendo x e y as medidas dos ângulos $\hat{P}TS$ e $\hat{S}RQ$, quanto vale $x + y$?

Problema 4: Considere o número $0,112358314\dots$ onde cada algarismo, a partir do terceiro, é obtido da soma dos dois algarismos anteriores a ele, levando em conta apenas o algarismo das unidades e desprezando o das dezenas. Esse número é racional ou irracional? Justifique.

Problema 5: Uma loja está fazendo uma promoção na venda de doces: “Compre x doces e ganha $x\%$ de desconto”. A promoção é válida para compras de até 60 doces, caso em que é concedido o desconto máximo de 60 %. Alfredo, Beatriz, Carlos e Daniel compraram 10, 15, 30 e 45 doces, respectivamente. Qual deles poderia ter comprado mais doces e gasto a mesma quantia, se empregasse melhor seus conhecimentos de matemática?