

OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA - GRANDE PORTO ALEGRE - 2004
SEGUNDA FASE - NÍVEL 1

Instruções.

- A duração da prova é de 4 horas;
- Não é permitido o uso de calculadora nem consulta a livro ou notas;
- Você pode solicitar papel para rascunho;
- Todas as suas respostas devem ser justificadas.

Problema 1: Na cidade Pernas de Pau haverá um campeonato de futebol com a participação de 40 times. Os times serão distribuídos em 8 grupos de 5 times. Em cada grupo, cada time joga com todos os outros times e os dois melhores passarão para a fase seguinte. Os times classificados para a 2ª fase farão novos grupos de 4 times no qual se repete o sistema anterior. Na 3ª fase, os times jogarão contra todos os times classificados e os dois melhores disputaram a final.

- (1) Ao todo, quantos jogos serão disputados?
- (2) Para ser o ganhador, quantas partidas ele terá que disputar?

Problema 2: Três pagadores de promessa decidem andar da capital do país onde vivem até um santuário. Cada um levará três dias para chegar. O primeiro percorre no primeiro dia $\frac{1}{6}$ da distância total e $\frac{3}{7}$ no segundo dia. O segundo percorre, $\frac{1}{3}$ no primeiro dia e $\frac{5}{14}$ no segundo dia. O terceiro percorre nos dois dias distâncias iguais e no final do segundo dia está na metade do caminho entre os outros dois.

- (1) Se na terceira etapa os três viajam à mesma velocidade, em que ordem chegam ao santuário?

Problema 3: Na figura, o paralelogramo $ABCD$ tem área igual a $0,64 \text{ hm}^2$ e além disso,

$$\overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{AB} \quad \text{e} \quad \overline{AG} = \frac{1}{8}\overline{AD}$$

$$\overline{EF} = \overline{AG} \quad \text{e} \quad \overline{AE} = \overline{GF}$$



- (1) Qual é a área em dm^2 do paralelogramo $AEFG$?

Problema 4: As peças de um quebra-cabeça retangular são quadrados de lados 1; 4; 7; 8; 9; 10; 14; 15; 18. Como devemos arrumá-las para formar o retângulo?

Problema 5: Uma escola tem exatamente 2000 armários e 2000 estudantes. No primeiro dia de aula os estudantes encontraram-se fora do prédio e concordaram no seguinte plano: o primeiro estudante entrará na escola e abrirá todos os armários. O segundo aluno entrará e fechará os armários com números pares (2, 4, 6, 8, ...) . O terceiro aluno, então inverterá o que tiver sido feito a cada 3 armários (no 3º, 6º, 9º, ...); o que significa: ele abrirá se o armário estiver fechado, ou fechará se estiver aberto. O quarto aluno inverterá o que tiver sido feito a cada 4 armários (no 4º, 8º, 12º, ...) e assim por diante. Após todos os alunos terem entrado e realizado suas tarefas, como estará o armário de número 1500: aberto ou fechado?