Problemas para revisão para área 1 - MAT01168 - MATEMÁTICA APLICADA II

Questão 1 Use as expressões $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ e $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ para obter as seguintes identidades:

- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
- $\cosh^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cosh(2x)$
- $\sinh^2 x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cosh(2x)$
- $e^x = \cosh(x) + \sinh(x)$
- $e^{-x} = \cosh(x) - \sinh(x)$

Questão 2 Use as expressões $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$ e $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$ para obter as seguintes identidades trigonométricas:

- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2x)$
- $\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2x)$
- $\cos^5(x) = \frac{1}{16}\left[\cos(5x) + 5\cos(3x) + 10\cos(x)\right]$

Questão 3 Use a técnica dos problemas 1 e 2 para obter as seguintes integrais:

- $\int \sin^2 x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin(2x) + C$
- $\int \cos^2 x dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin(2x) + C$
- $\int \cos^3 x dx = \frac{1}{12}\left[\sin(3x) + 9\sin(x)\right] + C$

Questão 4 Seja D a região do plano xy limitada pela circunferência de raio 1 centrada da origem, calcule o valor da integral dada por:

$$\iint_D x^2 dxdy.$$

R.: $\pi/4$

Questão 5 Calcule a área da região do plano xy limitada pelos eixos ordenados, as retas $x = 2$ e $y = 2$ e a hipérbole $xy = 1$.
R.: $1 + \ln 4$

Questão 6 Seja H o hemisfério limitado pela esfera unitária centrada na origem e o plano $x = 0$ tal que $x > 0$. Calcule o valor de Φ dado pela expressão

$$\Phi = \iiint_H x dxdydz.$$

R.: $\pi/4$