Lista 8 de Exercícios – Variáveis Complexas

Questão 1
Obtenha explicitamente o mapeamento conforme da região $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z-2| < 2 \quad \text{e} \quad |z-1| > 1\}$ sobre o disco unitário.

Questão 2
Ache o mapeamento conforme do domínio $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1 \text{ e } \mathfrak{Im} z > \frac{\sqrt{2}}{2}\}$ no disco unitário.

Questão 3
Ache a transformação de Mobius que mapeia os pontos $z_1 = 0$, $z_2 = 1, z\, z_3 = 2$ em $w_1 = 2\imath$, $w_2 = -2, z\, w_3 = -2\imath$, respectivamente.

Questão 4
Assuma que $f(z) = u(z) + \imath v(z)$ é uma função analítica mapeando o domínio D do plano z em D' do plano w. Se $\phi(u,v)$ é harmônica em D', mostre que a função

$$\Phi(x,y) = \phi(u(x,y), v(x,y))$$

é harmônica em D.

Questão 5
Para cada uma das seguintes regiões, ache um mapeamento conforme bijetivo da região no disco unitário:
a. $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \mathfrak{Im}\, z > 0\}$.
b. $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \mathfrak{Re}\, z > 0, \mathfrak{Im} z > 0\}$.

Questão 6
Ache o mapeamento conforme (bijeção) $w = f(z)$ da lente convexa $D(\sqrt{3}, 2) \cap D(-\sqrt{3}, 2)$ no disco unitário satisfazendo

$$f(0) = 0, \; f'(0) > 0.$$