UFRGS – Instituto de Matemática
Depto. de Matemática Pura e Aplicada
MAT01169 – Cálculo Numérico – turma A1
Simulado 1 – 14 de setembro de 2011

1	2	3	4	Total

Nome:______________________________ **Cartão:** _______________

Finalizar

Questão 1: Seja o sistema de equações lineares dado por

$$2y_1 - y_5 = -1; \quad y_1 + y_5 = 1; \quad y_{i-1} - 3y_i + y_{i+1} = i/2$$

para $i = 2, 3$ e 4. Determine se esse sistema satisfaz o critério de convergência para o método Gauss-Seidel. Determine a solução através do método Jacobi com tolerância 10^{-15} para a norma 1. A resposta deve ser dada com 6 dígitos.

Questão 2 : Considere o sistema $Ay = b$, no qual as componentes não nulas da matriz $n \times n$, A, são dadas por $(A)_{i,j} = \cos\left(\dfrac{3}{50}(i-j)\right) + \delta_{i,j}$. Supondo $n = 50$ e que b possui um erro relativo de 10^{-15} na norma 2, determine uma estimativa para o erro relativo no vetor y a partir do condicionamento de A.

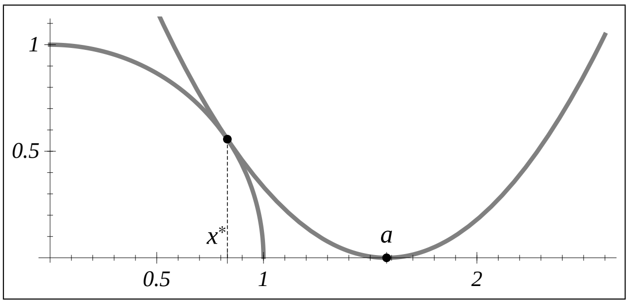
Questão 3 : Considere o sistema $Ay = b$, no qual as componentes não nulas da matriz $n \times n$, A, são dadas por $(A)_{1,1} = 1$, $(A)_{n,n-1} = 1$, $(A)_{n,n} = -1$ e $(A)_{i,i-1} = 1$, $(A)_{i,i} = -\left(2 + h - 10h^2\right)$, $(A)_{i,i+1} = 1 + h$, para $i = 2, 3, \ldots, n-1$. A i-ésima componente da solução corresponde a uma aproximação para a solução do problema de valor inicial

$$z'' + z' + 10z = f(x), \quad x \in (0,1)$$

$$z(0) = C_1, z'(1) = C_2,$$

$y_i \approx z\left(x_i\right)$, onde $x_i = (i-1)h$ e $h = \dfrac{1}{n-1}$. Supondo $n = 150$ e que b possui um erro relativo de 10^{-15} na norma 1, determine uma estimativa para o erro relativo no vetor y a partir do condicionamento de A.

Questão 4 : A partir do método Newton-Raphson, determine uma aproximação com seis dígitos para o valor do ponto $x^* > 0$ no qual as curvas $\sqrt{1-x^2}$ e $(x-a)^2$ se tangenciam.



Questão 5 : A região sombreada do gráfico abaixo representa o perfil de duas elevações cuja equação é dada por $p(x) \doteq -x^4 + 7.7\,x^3 - 18\,x^2 + 13.6\,x$. Um projétil é lançado a partir da menor elevação e descreve uma curva de equação $q(x) \doteq -(x - 2.5)^2 + 7$. Determine a altura $p(x^*)$ na qual ocorre o impacto.