

## Projeto 2

6 de abril de 2009

Um moente com  $0.3140m$  de diâmetro deve ser encaixado em uma cavidade com  $0.3139m$  de diâmetro. Ambas as peças foram usinadas em aço e as medidas de diâmetro foram realizadas a uma temperatura de  $26,7^{\circ}C$ . Para que seja possível a operação de inserção, o moente deve ser resfriado até uma temperatura baixa o suficiente para que a redução em seu diâmetro permita a passagem pela cavidade. De acordo com as especificações dos materiais utilizados, a diferença entre os diâmetros deve ser no mínimo de um quarto de milímetro, ou seja, de  $2.5 \times 10^{-4}m$ .

Inicialmente pensou-se e realizar um banho formado por uma mistura de etanol e gelo seco (gás carbônico em estado sólido). Esse banho possui temperatura  $T_{banho} = -77.8^{\circ}C$ . De acordo com o coeficiente de expansão térmica para o aço utilizado (medido a  $20^{\circ}C$ ) vale  $\alpha(20) = 11.578^{\circ}C^{-1}$ , a variação no diâmetro,  $\Delta D = D_{banho} - D_{ambiente}$ , dada pela expressão

$$\Delta D = \alpha(20)D_{ambiente}\Delta T,$$

onde  $\Delta T = T_{banho} - T_{ambiente} = -104,5^{\circ}C$ , corresponderia a uma variação de diâmetro de aproximadamente  $-3.8 \times 10^{-4}m$ . Assim, após ser mantido no banho térmico, o moente mediria  $0.31362m$ , o que seria suficiente para o sucesso da operação de inserção. No entanto, a operação falha. O moente não contraiu o suficiente para passar pela cavidade. De volta à prancheta!

A falha na tratamento inicial é considerar que o coeficiente de expansão térmica é constante no intervalo de temperaturas entre  $-77.8^{\circ}C$  e  $26.6^{\circ}C$ . O coeficiente  $\alpha$  depende da temperatura. A dependência é fraca, porém é suficiente para impedir o processo de inserção deste projeto. A consulta de manuais sobre o aço utilizado no projeto possibilitou descrever o comportamento do coeficiente  $\alpha$  com a temperatura de acordo com a seguinte expressão:

$$\alpha(T) = -7.16053 \times 10^{-11} \frac{T^2}{^{\circ}C^3} + 1.75245 \times 10^{-8} \frac{T}{^{\circ}C^2} + 1.11612 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}C}. \quad (1)$$

Quando o coeficiente  $\alpha$  não é constante, a dilatação linear obedece a expressão

$$\Delta D = D_{ambiente} \int_{T_{ambiente}}^{T_{banho}} \alpha(t) dt. \quad (2)$$

Temos os seguintes dados

- Diâmetro do moente à temperatura ambiente,  $D_{ambiente} = .3140m$ .

- Diâmetro máximo do moente contraído pela ação do banho térmico,  $D_{banho} = 0.3119 - 0.00025m = 0.31365m$ . Acima desse valor, a operação de inserção não pode ser realizada.
- Temperatura ambiente,  $T_{ambiente} = 26.7^{\circ}C$ .

A partir dos dados e das expressões (1) e (2) montamos a equação não linear

$$0.31365 - 0.3140 = 0.3140 \left( -\frac{7.16053 \times 10^{-11}}{3} (T_{banho}^3 - 26.7^3) + \frac{1.75245 \times 10^{-8}}{2} (T_{banho}^2 - 26.7^2) + 1.11612 \times 10^{-5} (T_{banho} - 26.7) \right)$$

para o valor máximo da temperatura na qual o banho deve ser feito de modo que o moente contraia até o diâmetro máximo permitido pela operação de inserção. Dividindo toda a expressão por 0.3140 e passando a constante no lado esquerdo para o lado direito, teremos uma equação na forma

$$f(x) = 0$$

com

$$f(x) \doteq -\frac{7.16053 \times 10^{-11}}{3} (x^3 - 26.7^3) + \frac{1.75245 \times 10^{-8}}{2} (x^2 - 26.7^2) + 1.11612 \times 10^{-5} (x - 26.7) + 1 - \frac{0.31365}{0.3140}.$$

Sabemos que existe uma solução próxima de  $x_0 = -77.8$  pois o moente não pode ser inserido devido a uma pequena diferença de diâmetro. Para utilizar o método da secante, basta escolher uma outra aproximação, por exemplo,  $x_1 = -79$ . Essas escolhas permitem determinar a aproximação

$$x^* = -78.5257330502012540$$

com resíduo menor do que  $10^{-12}$  após 3 iterações. Se o resultado deve ser apresentado com três dígitos, devemos realizar um banho térmico com temperatura menor ou igual a  $-78.6^{\circ}C$  para que a operação de inserção tenha sucesso. Se houvêsemos escolhido a temperatura  $-78.5^{\circ}C$  que corresponde ao arredondamento mais próximo da solução exata, correríamos o risco de não conseguir a inserção. Nesse caso, o valor mais seguro com três dígitos é realmente  $T_{banho} = -78.6^{\circ}C$ . Um banho mais adequado seria a mistura de dióxido de enxofre e gelo seco que atinge a temperatura de  $-82^{\circ}C$ .