

## Lista 3

- 1) Determine a localização e estabilidade dos pontos de equilíbrio dos seguintes sistemas

$$\begin{cases} x' = y e^y \\ y' = 1 - x^2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x' = y e^y \\ y' = 1 - x^2 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x' = -\text{sen}^2(x)\text{sen}(y) \\ y' = -\text{sen}(2x)\cos(y) \end{cases}.$$

- 2) Compare os planos de fase dos sistemas

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x' = x y \\ y' = -x^2 \end{cases}$$

- 3) Considere o sistema

$$\begin{cases} x' = (\varepsilon x + 2y)(z + 1) \\ y' = (-x + \varepsilon y)(z + 1) \\ z' = -z^3 \end{cases}.$$

Mostre que a origem não é assintoticamente estável quando  $\varepsilon = 0$ .

- 4) Construa uma função de Liapunov estrita para o ponto de equilíbrio  $(0,0)$  do sistema

$$\begin{cases} x' = -2x - y^2 \\ y' = -x^2 - y \end{cases}.$$

Determine o maior valor de  $r > 0$  para o qual o disco de raio  $r$  e centro em  $(0,0)$  pertence à bacia de atração desse ponto.

- 5) Descreva as propriedades dos ciclos limite do sistema (em coordenadas polares)

$$\begin{cases} r' = r \text{sen}\left(\frac{1}{r}\right) \\ \theta' = 1 \end{cases}.$$