

CAPACITACIÓN DOCENTE PARA LA APLICACIÓN DE TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN EN EL AULA DE GEOMETRÍA

Herminia Azinian

Universidad de Buenos Aires

herminia@azinia.uba.ar

Telefax 0054 1 522 4337

La Geometría es una de las áreas más apropiadas para la integración de las T.I. a sus entornos de enseñanza y aprendizaje, debido a la utilidad de éstas como herramienta, tanto para la resolución de problemas como para la representación gráfica dinámica.

Desde la perspectiva de la capacitación docente, se analiza qué pueden aportar las T.I. en este ámbito, qué factores hacen valioso su uso, cómo permiten entrelazar y potenciar actividades manipulativas y reflexivas, las estrategias de trabajo asociadas y el rol docente.

Se describen ejemplos de actividades realizadas con programas de geometría dinámica.

Introducción

Al referirnos a la aplicación de las tecnologías informáticas en el aula de Geometría nos referimos al problema pedagógico - fuertemente asociado a las posibilidades tecnológicas- que implica integrar los nuevos medios de generar, almacenar, transformar, comunicar y utilizar información, en un marco didáctico. Por ello se hace necesario realizar consideraciones sobre las posibilidades de estas tecnologías, con su correspondiente valoración.

Las posibilidades que brinda la informática son:

a) *Interactividad e inmediatez.*

La posibilidad de producir modificaciones, dar respuestas y requerir acciones, con inmediatez y fluidez, permite, entre otras cosas, la exploración dinámica de representaciones y el control de una secuencia de acciones.

b) *Capacidad de almacenamiento y de recuperación de la información*

Esto posibilita el almacenamiento, para su posterior revisión, de la traza del trabajo de los alumnos, de la ruta que han seguido. Esta capacidad, combinada con la citada en primer término, facilita la visualización del proceso dinámico de obtención de un producto después de una serie de transformaciones, y no sólo la imagen final con todos los elementos acumulados.

c) *Múltiples formas de representación en un mismo medio: textual, gráfica, tabular, auditiva, icónica, espacial.*

Dado que los conceptos se materializan mediante una representación y el aprendizaje de un concepto está asociado al desarrollo de la capacidad de traducir de uno a otro tipo de representación, la exploración dinámica, el paso de uno a otro tipo, puede permitir que el alumno descubra información que estaba implícita o puede obligarle a crear información para mejorar la precisión. Esta capacidad de múltiples formas de representación, unida a la de almacenamiento y facilidad de recuperación de la información, permite la creación de un entramado de relaciones dinámicas de gran riqueza conceptual. En particular, podemos extender a la exploración de representaciones gráficas, la afirmación de Tall de que la exploración visual permite al alumno “lograr una comprensión intuitiva de los conceptos, proveyendo un fundamento cognitivo sobre el cual pueden construirse teorías matemáticas significativas”. [TAL92]

d) *Polivalencia, versatilidad*

El mismo medio puede usarse de diversas maneras, ampliando enfoques.

Las características citadas, además de permitir el desarrollo de ambientes de aprendizaje enriquecidos, pueden ayudar al docente, abriéndole ventanas al proceso de aprendizaje [NOS95], a los “**proceptos**” (proceso + conceptos) de los alumnos [TAL94].

Ambos aspectos son contemplados en nuestro trabajo en la Argentina, en el marco de una reforma educativa en la cual:

- a) Se enfatizan en el curriculum escolar, aspectos de geometría transformacional. Este es el lugar natural – aunque no el único - para la integración de las T.I. a través de su utilidad para resolver problemas, estrategia de trabajo que ayuda a comprender qué son y para qué sirven los conceptos y relaciones (aprendizaje significativo).
- b) Se ha incluido la Informática, dado que "constituye un conocimiento que se ha ido incorporando a la sociedad y que la escuela no puede dejar afuera" y es "un espacio tecnológico de amplia aplicación adentro o fuera de los límites escolares".

La Informática y los docentes

La Informática, como toda tecnología, está asociada con el deseo de hallar mejores maneras de satisfacer necesidades, de realizar tareas. En la escuela, los docentes se enfrentan al reto de ponerla al servicio del desarrollo de las capacidades de los alumnos.

Pero el valor de los recursos informáticos no es intrínseco: depende principalmente del contexto en el cual sean utilizados, es decir, del proyecto de actividad diseñado por el docente. Apropiarse de las herramientas informáticas implica no sólo adquirir un manejo instrumental, sino realizar un abordaje cualitativamente distinto de las situaciones en las cuales se aplican. [AZI97]

Las observaciones de Artigue sobre el sistema educativo francés [ART97] son aplicables al sistema educativo argentino:

- Los docentes exigen evidencias de la efectividad de integrar el uso de las TI.
- Hay una subestimación de los elementos a tener en cuenta cuando se realiza la transposición informática del conocimiento matemático.
- La enseñanza de la Matemática se ha hecho siempre en ambientes pobres en tecnología. La integración de las computadoras introduce un cambio radical y obliga

a considerar la transformación de artefactos materiales en instrumentos matemáticos. [RAB95]

En los cursos para docentes en actividad diseñados y dictados por la autora se propone la capacitación instrumental y, especialmente, brindarles un ámbito de trabajo y reflexión en el cual puedan resolver problemas utilizando los recursos informáticos, explorar y analizar situaciones de aprendizaje y desarrollar proyectos propios en colaboración, incorporando el mundo tecnológico como herramienta facilitadora del accionar del pensamiento reflexivo.

Simultáneamente van apareciendo elementos que llevan al docente a considerar la necesidad de analizar los cambios que las nuevas tecnologías posibilitan y requieren. e trabaja en modo taller, en grupos pequeños. Los participantes realizan inicialmente actividades encuadradas en el aprendizaje por descubrimiento guiado, resolviendo guías de trabajo, para adquirir el manejo instrumental básico. Llegan luego al aprendizaje por descubrimiento autónomo, es decir que identifican y seleccionan los elementos para el desarrollo de actividades adecuadas a sus intereses y necesidades cotidianos. Paralelamente, a lo largo de todo el curso, se explicitan y analizan las heurísticas aplicadas por los distintos grupos, así como las estrategias y procedimientos. También se destacan en forma continua los contenidos actitudinales: flexibilidad, perseverancia, esfuerzo por superar bloqueos, respeto por las opiniones ajenas.

La evaluación se realiza sobre la base de unidades didácticas, situaciones de aula diseñadas por los asistentes explicitando objetivos, contenidos y recursos.

Los programas y las actividades

Las computadoras proveen ambientes cognitivos en los cuales las interfaces no son despreciables: además de estar en relación con el modelo formal de computadora virtual, lo están con el conocimiento (el universo externo). Podríamos decir que el software “modeliza” la geometría. El docente debe comprender la matemática subyacente en el software que usa y aprovechar como elementos de aprendizaje, los problemas de aproximación que presentan los programas, tanto de cálculo como de graficación (píxeles), y dedique tiempo a la discusión de observaciones y conjeturas de los alumnos al respecto, explotando su riqueza matemática.

La mayoría de los programas utilizados en la resolución de problemas de geometría cumple el rol definido por Celia Hoyles [HOY93] como el de “herramienta de manipulación de representaciones gráficas con la capacidad de proveer retroalimentación informativa”.

El alumno y el docente comparten la pantalla como un campo de experimentación común y pueden compartir *hechos* pero no *fenómenos*, como afirma Balacheff [BAL97]. O sea que “no es suficiente mirar la pantalla (...) para ver la geometría.” Se “ve” porque hay conocimientos previos. Se construye sobre esos conocimientos previos, con un trabajo sistemático.

Rompecabezas

El desarrollo de la intuición espacial puede realizarse a través de distintos tipos de actividades, por ejemplo juegos en los cuales se debe cubrir una superficie con fichas sin dejar huecos, “rellenar” el espacio con piezas formadas por cubos, ubicar fichas “conectándolas según el color”, etc.

Otro tipo de actividad es la composición - descomposición: armar rompecabezas que permiten concebir un todo a partir de sus componentes o dividir un todo en partes. Al reconocer relaciones de medida entre las piezas se refuerzan los mecanismos constructivos de recuperación de la unidad. Este tipo de actividad también permite trabajar semejanza de triángulos, tipos de triángulos, fracciones, proporciones, porcentajes.

Se pueden utilizar simulaciones de Geoplanos, Tangrams y otros recursos utilizados tradicionalmente con elementos de manipulación que permiten:

- Desarrollar la observación y realizar comprobación empírica (geometría deductiva, donde la validez de una proposición se sustenta en la coherencia del razonamiento)
- Coordinar la conceptualización dinámica de los objetos geométricos (ligados a su trazado) con su conceptualización estática (ligada a su presentación).
- Organizar el pasaje desde el lenguaje natural al matemático.
- Relacionar las relaciones espaciales y las relaciones numéricas (intradisciplinariedad)

Reconocimiento de patrones y teselaciones

Un instrumento de conocimiento es el reconocimiento de **patrones**, en el cual se manejan imágenes pictóricas y relaciones lógico - matemáticas. Steen afirma que, a partir de la resonancia entre computadoras y Matemática, se puede definir ésta como la ciencia de las regularidades o patrones: “El matemático busca patrones en el número, en el espacio, en la ciencia, en las computadoras y en la imaginación. (...) Los patrones sugieren otros patrones, generando frecuentemente patrones de patrones.” Los patrones y la simetría son elementos fundamentales en la naturaleza y en todas las culturas.

Las aplicaciones para graficación y diseño permiten realizar trabajos de gran interés para **transformaciones**: ornamentos, complementos del trabajo con espejos, etc.

Utilizamos los recursos informáticos para:

- facilitar el proceso dinámico de visualización de patrones
- agilizar la gran cantidad de manipulaciones que realizadas físicamente retrasarían notablemente el proceso conceptual subyacente en la resolución de algunos problemas
- brindar precisión y exactitud en el trabajo
- evidenciar la necesidad de hacer explícitos los procedimientos.

Los programas para recubrimientos del plano facilitan el estudio dinámico de las transformaciones geométricas, es decir que permiten enfatizar el concepto de transformación sobre el de figura. [AZI97] Permiten crear motivos artísticos precisos con suma facilidad, usando como elementos mínimos, polígonos regulares ya provistos por los programas o dibujar formas propias y trabajar con medidas de ángulos y de longitudes fijas o variables. Los elementos se pueden colorear, copiar, rotar, reflejar, agrupar para trabajar con unidades mayores.

Partiendo de la creación artística, libre, se puede llegar a realizar conjeturas basándose en la aplicación de propiedades geométricas.

Geometría dinámica

Los programas de geometría dinámica permiten realizar dos categorías de acciones interdependientes [LSD94]:

- Tratamiento y controles perceptivos fundados en el reconocimiento de formas o de fenómenos como la alineación, la perpendicularidad, el paralelismo
- Tratamiento y controles por los conocimientos teóricos de geometría, que permiten explicar, predecir, producir.
- La interacción fuerte entre percepción y geometría se da cuando se utilizan las funciones de los programas para verificar las observaciones.

Características importantes de estos programas son:

- Holística: poder ver una situación en forma global, visualizando configuraciones con relaciones entre diversos elementos.
- Dinamismo: permite animar las configuraciones y observar los cambios.

Por otra parte, se da la interacción entre dos aspectos citados por Glaeser en [GLA77]: la investigación de un problema (donde se despliegan cualidades de invención, de originalidad, de adaptación) y la tarea técnica (que exige método, precisión y minuciosidad),

Estos programas permiten generar figuras por su nombre, construirlas especificando partes y propiedades o dando las medidas, realizar transformaciones en forma interactiva, medir y utilizar las medidas (para realizar operaciones aritméticas, para usarlas en la misma construcción). Su utilización fuerza a los alumnos a ser precisos y a conocer la taxonomía y las definiciones, y genera conflictos entre su intuición y la construcción que aparece en la pantalla.[AZI97]

Los alumnos pueden plantear conjeturas y verificarlas. La prueba, más que por su función tradicional de verificación, es percibida como útil y necesaria por los alumnos como actividad explicativa de la evidencia experimental. La necesidad de la prueba, identificada como el mayor obstáculo para la enseñanza de la Matemática por los docentes [VIL90], debe ser orientada a su función de descubrimiento y a sus aspectos comunicacionales.

Otra ventaja importante es la posibilidad de visualización de un lugar geométrico, concepto dejado de lado tradicionalmente por la dificultad de visualizar trayectorias recorridas por objetos que cumplen ciertas propiedades.

Los programas que tienen la posibilidad de registrar una secuencia de operaciones (crear un algoritmo sin escribirlo) para luego reproducirla, son de especial utilidad para la enseñanza.

¿Qué hacemos en el aula con programas de Geometría Dinámica? Realizar construcciones, desplazar algunos elementos con el mouse para validar, analizar relaciones: ¿qué varía? ¿por qué? ¿qué es lo que no varía? ¿por qué? Por otra parte, la opción de “*revisar construcción*” abre ventanas a la búsqueda de errores de construcción que afectan los resultados esperados.

Ejemplo 1. Explorando las propiedades de las mediatrices de un triángulo

Se pide al alumno que construya:

- Un triángulo ABC.
- Los puntos medios de cada lado: D, E, F.
- La perpendicular a AB que pasa por su punto medio y la perpendicular a BC que pasa por su punto medio, y su punto de intersección G.
- La perpendicular a AC que pasa por su punto medio.
- Una circunferencia con centro G y radio GA.

Luego se le pide que explore sí:

- ¿La tercera mediatriz pasa siempre por el punto de intersección de las otras dos?
- ¿Es G siempre interior al triángulo?
- La circunferencia de centro G y radio GA, ¿contiene siempre a los otros vértices?
- ¿Qué se puede decir de las distancias de G a los vértices del triángulo?

Ejemplo 2. Explorando las tangentes a una circunferencia

Se pide al alumno que construya:

- Una circunferencia de centro A y radio AB.
- Un punto C sobre la circunferencia.
- Una recta que pase por B y por C (aclarándole que lo que ha dibujado es una secante a la circunferencia).

Luego se pide que mida el ángulo ABC y que explore:

- ¿Qué sucede con el ángulo ABC cuando el punto C se aproxima al B?
- ¿Cuál es la medida del ángulo cuando coinciden los puntos B y C? (Se le aclara que, en este caso, la secante se convierte en una tangente)
- ¿Cuál es entonces la relación entre la tangente y el radio AB?

Finalmente se le pide que:

- Use la relación anterior para diseñar un procedimiento que permita construir una tangente a una circunferencia. ¿Cuántas tangentes se pueden construir?
- Escriba la definición de secante y la de tangente.

Ejemplo 3. Explorando los ángulos exteriores de un polígono

Se pide al alumno que:

- Construya un pentágono no regular y prolongue sus lados con semirrectas.
- Sobre cada semirrecta, fuera del pentágono, construya un punto.
- Mida cada uno de los ángulos exteriores que quedan formados. Calcule la suma de sus medidas.

Luego se le pide que analice qué sucede con el valor de la suma sí:

- Se arrastra cualquier vértice del pentágono (verificando que siempre permanezca convexo).
- Se construye otro conjunto de ángulos exteriores (con las semirrectas opuestas a las trazadas).
- El polígono es un pentágono regular.
- El polígono no es un pentágono.

La posibilidad de desplazar elementos con el mouse (*dragging*) permite verificar si el pentágono es realmente una poligonal cerrada y no una mera yuxtaposición de segmentos y si la prolongación de los lados se ha hecho “a ojo” (es decir que la semirrecta dibujada y el lado del pentágono no pertenecen a la misma recta).

El uso de la calculadora para obtener la suma permite verificar si los puntos exteriores se han construido sobre las semirrectas o se han puesto “a ojo”.

Ejemplo 4.

Se pide al alumno que, dado un trapezoide ABCD y el cuadrilátero que resulta de unir los puntos medios de sus lados, logre que dos de los triángulos que quedan determinados entre las dos figuras sean congruentes.

Cuando el alumno, para lograr el objetivo, intenta desplazar uno de los puntos medios, se hacen evidentes las nociones paramatemáticas, nociones - herramienta de Chevallard [CHE97], que el docente no ve cuando el alumno trabaja con lápiz y papel: qué considera éste un parámetro y qué una variable.

Ejemplo 5. La búsqueda del tesoro

Un pirata llega a una isla en la cual hay dos palmeras y una horca. El pirata esconde un tesoro siguiendo estos pasos:

Se para en la horca. Camina hacia una de las palmeras. Gira 90° y avanza la misma distancia que había entre la horca y la palmera. Allí coloca una estaca. Vuelve a la horca y camina hacia la otra palmera. Gira 90° (en sentido contrario al anterior) y avanza la distancia que recorrió desde la horca hasta esa palmera. Coloca otra estaca. Esconde el tesoro en el punto medio de la línea que va de una estaca a la otra. Cuando luego de varios años vuelve a buscar su tesoro, sólo encuentra las dos palmeras: la horca y las estacas ya no estaban. ¿Cuáles son los lugares posibles del tesoro?

La manipulación directa de los puntos que representan la horca y las estacas pone en evidencia, sorpresivamente, los posibles lugares del punto medio. Resta entonces hallar la explicación.

El buen uso de la representación gráfica es clave para la resolución de problemas geométricos porque además de dibujarla hay que interpretarla adecuadamente, modificarla, trazar líneas auxiliares.

Ambientes lúdicos

Algunos juegos permiten desarrollar estrategias de resolución de problemas. Entre los que realizan un aporte importante a los objetivos del área se encuentran “La Fábrica” y “Building Perspectives”¹.

El primero permite diseñar objetos que luego pueden ser reproducidos. Se trabaja sobre una pieza cuadrada a la cual se aplican operaciones: rotación, trazado de líneas, agujereado. Cuando se intenta reproducir un producto, se pone a prueba la capacidad de

¹ Ambos programas pertenecen a sus propietarios legales.

predicción y el análisis de los resultados de la variación del orden de las acciones en una secuencia. En el segundo programa se razona lógicamente sobre ubicación espacial.

Aplicaciones interactivas en la Web

Este campo de gran riqueza, que recién comienza a desarrollarse, se vislumbra como de gran potencia para el tema que nos ocupa. Ya hay aplicaciones Java disponibles en la WWW con las cuales se puede interactuar, realizar manipulaciones.

Podemos relacionar esta tecnología con lo que de Guzmán anticipa como probable *“medio de comunicación del futuro, sobre todo a nivel de libros de texto”* *“algo semejante al CDROM, que permite mezclar de forma interactiva texto, imagen dinámica y programas informáticos adecuados al campo de estudio en cuestión”*. [GUZ96]:

Conclusiones

Todas las ideas de la Matemática presentan una gran riqueza de contenidos visuales, cuya utilización resulta particularmente provechosa en la manipulación para la resolución de problemas. En este tipo de ámbito la computadora puede aportar su capacidad de visualización dinámica, su precisión, velocidad de proceso e interactividad.

Al ayudar a la exploración visual, las herramientas informáticas permiten trabajar en el dominio matemático de una manera expresiva. Pueden ayudar al enriquecimiento del campo perceptual y de las operaciones mentales involucradas en los procesos de construcción, estructuración y análisis de contenidos. Es decir que se incorpora la tecnología informática como herramienta facilitadora del accionar del pensamiento reflexivo, del pasaje de razonamientos empíricos a lógicos, para hacer conjeturas y verificarlas y para desarrollar la autonomía en el aprendizaje.

El valor de los recursos informáticos depende de su interactividad, de su interfaz de usuario y de otras características intrínsecas, pero, en mayor parte depende del contexto en el cual sean utilizados, es decir, del proyecto de actividad diseñado por el docente, que debe generar un ambiente lúdico y de desafío. En todo momento el docente debe mantener el control de la situación didáctica y, simultáneamente, dejar al alumno la autonomía suficiente para que desarrolle un auténtico proceso de aprendizaje.

Se han presentado ejemplos donde se visualiza la potencia de interacción con la herramienta para ayudar al docente a superar sus primeras tentativas de proponer la repetición de situaciones tal como aparecen – estáticas - en los libros de texto.

El desarrollo de competencias para que el docente pueda utilizar estas herramientas y evaluar/generar recursos, implica tanto una capacitación instrumental como la asistencia necesaria para el análisis de la implementación de propuestas de actividades y el análisis de los cambios que involucran las nuevas posibilidades. Otro actor de este proceso de capacitación, la institución educativa, debe generar el espacio para que el docente ejercite las competencias desarrolladas durante la capacitación.

Queda pendiente la necesidad de analizar el proceso de transposición informática, identificando las variables didácticas de las situaciones de enseñanza - aprendizaje para intervenir sobre ellas.

REFERENCIAS

- [ART97] Artigue, M. "Teacher training as a key issue for the integration of computer technologies" en los anales de "Secondary School Mathematics in the World of Communication Technologies. Learning, Teaching and the Curriculum"
- [AZI97] Azinian, H. "Resolución de problemas matemáticos. Visualización y manipulación con computadora", Novedades Educativas, Buenos Aires
- [BAL97] Balacheff, N. "Construction of learning and teacher control of learning" en los anales de "Secondary School Mathematics in the World of Communication Technologies. Learning, Teaching and the Curriculum"
- [CHE97] Chevillard, Y. "La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado", Aique, Buenos Aires
- [GUZ96] de Guzmán, M. "El rincón de la pizarra. Ensayos de visualización en análisis matemático", Pirámide, Madrid
- [GLA77] Glaeser, G. "Matemática para el profesor en formación", EUDEBA, Buenos Aires
- [HOY93] Hoyles, C., L. Healy y S. Pozzi "Telling a Story about Computers, Groups and Learning Mathematics", trabajo de investigación conjunta entre las Universidades de Londres y de Sussex
- [LSD94] LSD2 y otros "Cabri-classe - Apprendre la geometrie avec un logiciel", Eds. Archimede
- [NOS96] Noss, R. Y C. Hoyles "Windows on Mathematical Meanings. Learning Cultures and Computers", Kluwer
- [RAB95] Rabardel, P. "Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains", A. Colin, Paris
- [TAL94] Tall, D. "A Versatile Theory of Visualisation and Symbolisation in Mathematics", Conferencia invitada a CIEAEM, Toulouse
- [TAL92] Tall, D. y B. West "Graphic Insight into Mathematical Concepts" en "The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching" B. Cornu y A. Ralston (Eds.), UNESCO
- [VIL90] de Villiers, M. "The Role and Function of Proof in Mathematics", en Phytagoras, Journal of the Mathematical Association of Southern Africa, Noviembre