

MAT 1066 - COMBINATÓRIA I
LISTA DE EXERCÍCIOS 7
26/05/2010

1. O jogo de pôquer é jogado com um baralho comum de 52 cartas, divididas entre quatro naipes de treze cartas. Cada um dos jogadores recebe uma *mão* composta por cinco cartas, com as quais ele forma um *jogo*. Alguns dos jogos aceitos são:

- (a) *par*, quando o jogador possui duas cartas com o mesmo valor (dois valetes, por exemplo);
- (b) *trinca*, quando o jogador possui três cartas com o mesmo valor (três cartas com valor 10, por exemplo);
- (c) *quadra*, quando o jogador possui quatro cartas com o mesmo valor (quatro ases, por exemplo);
- (d) *flush*, quando o jogador tiver as cinco cartas do mesmo naipe;
- (e) *sequência*, quando o jogador tiver as cinco cartas em sequência (por exemplo, um 4, um 5, um 6, um 7 e um 8);
- (f) *full house*, quando o jogador possui três cartas com um mesmo valor e duas cartas com um segundo valor (três cartas 4 e dois valetes, por exemplo);
- (g) *dois pares*, quando o jogador possui dois pares de cartas com o mesmo valor (duas cartas 3 e dois reis, por exemplo);
- (h) *sequência de mesmo naipe*, quando o jogador tiver as cinco cartas em sequência e de um mesmo naipe;
- (i) *sequência real*, quando o jogador tiver a sequência de 10, valete, dama, rei e ás de um mesmo naipe.

Em sua opinião, em que ordem deveriam ser classificados esses jogos? Justifique a sua resposta.

2. Um anagrama de quatro letras é escolhido aleatoriamente e uniformemente em um alfabeto $\{a, b, c, d, e\}$. Calcule a probabilidade dos seguintes eventos:

- (a) todas as letras são distintas;
- (b) não há vogais na palavra;
- (c) a palavra começa com uma vogal;
- (d) a palavra contém exatamente duas vogais, e elas não estão juntas.

3. Repita o exercício anterior no caso em que as palavras devem ser construídas a partir das letras a, a, b, b, c, d, e .

4. Uma moeda não-viciada é lançada repetidamente e gera uma sequência de caras e coroas. O fato de ela não ser viciada significa que a probabilidade de uma sequência de comprimento k ser obtida é igual a $1/2^k$.

- (a) Se a moeda for lançada um número par de vezes, qual é a probabilidade de que cara e coroa apareçam o mesmo número de vezes na sequência?
- (b) Qual é a probabilidade de que a moeda tenha que ser lançada pelo menos k vezes até que se obtenha coroa pela primeira vez?
- (c) Qual é o número esperado de lançamentos até que se obtenha coroa pela primeira vez?

5. Dois dados não-viciados, um azul e um vermelho são lançados. Considere os eventos

- E_1 : a soma dos resultados é pelo menos 8;
- E_2 : o valor do dado azul é menor do que o do dado vermelho;
- E_3 : o valor dos dois dados é o mesmo;
- E_4 : o valor do dado vermelho é 3 ou 4;

Quais desses eventos são independentes?

6. Uma caixa contendo 20 itens é testada a partir de uma escolha aleatória de 5 itens. A caixa é rejeitada se um dos itens testados for defeituoso.

- (a) Qual é a probabilidade de que uma caixa com dois objetos defeituosos seja aceita?
- (b) Recalcule a probabilidade do item (a) se 10 itens da caixa são escolhidos aleatoriamente.
- (c) Generalize o exercício: suponha que a caixa contém n objetos, m são testados e k são defeituosos. Qual é a probabilidade de que a caixa seja aceita?

7. Os atendentes na Sorveteria Pinguim são Edu, Fran e Gabi. Em um estudo realizado pelo proprietário, notou-se que Edu é responsável por 25% dos pedidos, Fran por 35% e Gabi por 40%. O percentual de atendimentos que gera reclamação é de 4% para Edu, 6% para Fran e 3% para Gabi.

- (a) Em um atendimento escolhido aleatoriamente de acordo com a distribuição descrita, qual é a probabilidade de que haja reclamação?
- (b) Se um atendimento gerou reclamação, qual é a probabilidade que tenha sido servido por Edu? Fran? Gabi?

8. Uma moeda é lançada cinco vezes. Em cada lançamento, a probabilidade de que o lançamento resulte em cara é p , e que resulte em coroa é $1 - p$. Os resultados de lançamentos diferentes são independentes.

- (a) Dada uma sequência de comprimento cinco formada por símbolos C (representando cara) e K (representando coroa), encontre a probabilidade de que os cinco lançamentos gerem a sequência.
- (b) Qual é a probabilidade de que, nessa sequência, três lançamentos seguidos resultem em CCK ? E em CKC ?
- (c) Para que valor de p a chance de obter a sequência CCK é maximizada?
- (d) Repita o item (b) no caso em que a moeda é lançada sete vezes.