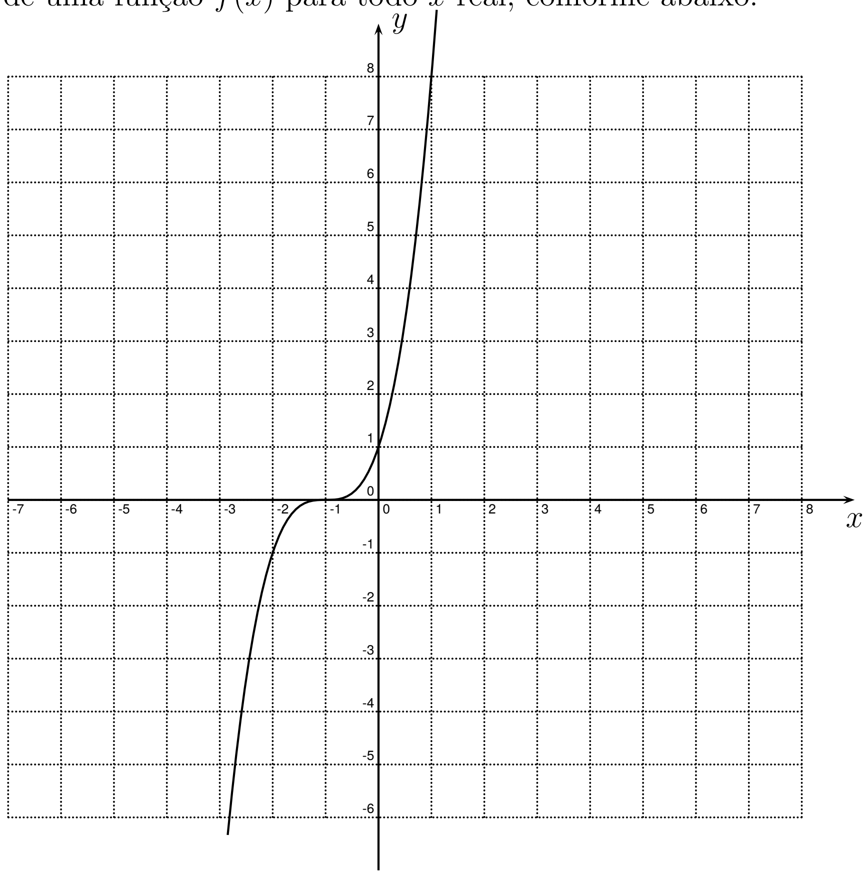
1	2	3	Total

UFRGS – Instituto de Matemática
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT 01353 – Cálculo e Geometria Analítica IA
Teste 1 – 18 de abril de 2018 – Fila A– 10h30min

A

Nome: ______________________________ **Cartão:** ________ **Turma:** _____

Questão 1 Considere o gráfico de uma função $f(x)$ para todo x real, conforme abaixo.



a) (0.4pt) Esboçe o gráfico de $g(x) = f(1-x)$, identifique.

b) (0.4pt) Esboçe o gráfico de $h(x) = 1 - f(x+5)$, identifique.

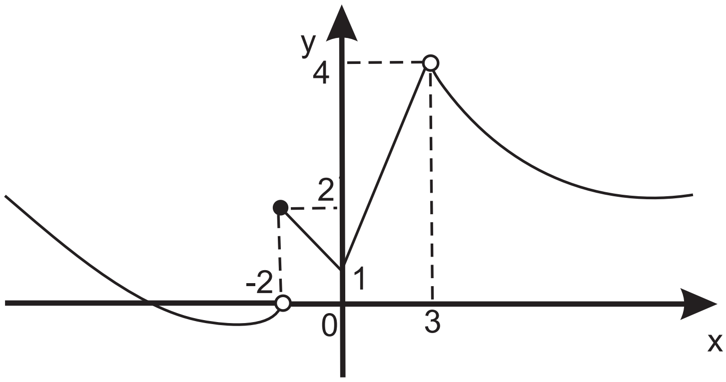
Questão 2 Determine:

a) (0.4pt) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x-2x^2+3x^3}{3x-4x^2+5x^4}$

b) (0.4pt) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{4+e^{5x}}{3e^{x}}$

c) (0.4pt) $\displaystyle\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x+5}-3}{x^2-4}$

Questão 3 Seja f a função dada pelo gráfico abaixo, com domínio $\mathbb{R} - \{3\}$.



a)(0.7pt) Preencha a tabela abaixo

ponto a	$\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$	$\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$	$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	$f(a)$
$a = -2$				
$a = 0$				
$a = 3$				

b) (0.3pt) f é contínua nos pontos $a = -2$, $a = 0$ e $a = 3$? Justifique usando os valores da tabela.

UFRGS – Instituto de Matemática
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT 01353 – Cálculo e Geometria Analítica IA
Prova 1 – 13 de junho de 2018 –

1	2	3	4	5	Total

Nome: ______________________________ **Cartão:** __________ **Turma:** _____

Questão 1 - Escolha a alternativa correta: não há necessidade de justificar.

A- Limites. (1.0pt)

( ) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to 2} x-2 = 0$

( ) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-3x}{3+x} = \lim\limits_{x\to 3} x = 3$

( ) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x}\left(1-\dfrac{1}{1+x^2}\right) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{1+x^2} = 0$

( ) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+3x-4}{x^2+2x-3} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1+\frac{3}{x}-\frac{4}{x^2}}{1+\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}} = 1$

( ) nenhuma das demais afirmativas está correta

B- Derivada. (1.0pt) Sendo $f(x) = x^3$, $g(x) = x^2-1$, está correto:

( ) $\dfrac{d}{dx}[fg] = 3x^2(x^2-1) + x^3(2x-1) = 5x^4 - x^3 - 3x^2$

( ) $\dfrac{d}{dx}\left[g(x)^2\right] = \dfrac{d}{dx}[g(x)g(x)] = 3x^2(x^2-1) + x^3(2x) = 5x^4 - 3x^2$

( ) $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{g(x)}{x^2}\right] = \dfrac{(x^2-1)x^2 - 2x(2x)}{x^4} = \dfrac{x^4-5x^2}{x^4} = \dfrac{x^2-5}{x^2}$

( ) $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right] = \dfrac{3x^2(x^2-1) - x^3(2x)}{x^2-1} = \dfrac{x^4-3x^2}{x^2-1}$

( ) nenhuma das demais afirmativas está correta

Questão 2 - Escolha a alternativa correta: não há necessidade de justificar.

A- Regra da Cadeia. (1.0pt) Sendo $f(x) = x^2 - 4x$, se $x \leq 0$, está correto:

( ) $\dfrac{d}{dx}\left[\sqrt{f(x)}\right] = \dfrac{d}{dx}\left[x - 2\sqrt{x}\right] = 1 - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

( ) $\dfrac{d}{dx}\left[e^{-f(x)}\right] = -e^{-f(x)}f'(x) = e^{4x-x^2}(4-2x)$

( ) $\dfrac{d}{dx}[\ln f(x)] = \ln(f(x))f'(x) = (2x-4)\ln(x^2-4x)$

( ) $\dfrac{d}{dx}|f(x)| = \dfrac{d}{dx}[-f(x)] = -f'(x) = 4-2x$

( ) nenhuma das demais afirmativas está correta

B- Derivada. (1.0pt) Sendo $f(x) = x^3e^{-x}$, está correto:

( ) f é decrescente em toda a reta $(-\infty,\infty)$

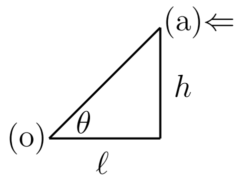
( ) f é crescente no intervalo $(-3,\infty)$

( ) f é decrescente no intervalo $(3,\infty)$

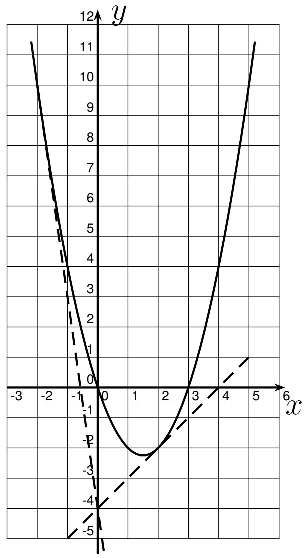
( ) f é crescente em toda a reta $(-\infty,\infty)$

( ) nenhuma das demais afirmativas está correta

Questão 3.(1.0pt) Em um terreno plano, um avião (a) voa a uma altitude constante $h = 300m$ na direção que sobrevoa um observador (o) que o vê aproximar-se segundo um ângulo θ com a horizontal. Seja ℓ a distância do observador ao ponto no solo abaixo do avião. Calcule as taxas de variação $\frac{d\ell}{d\theta}$ e $\frac{d\theta}{d\ell}$ quando $\theta = \frac{\pi}{3}$ radianos (ou seja, 60 graus).



Questão 4. (1.0pt) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 - 3x$ em um ponto qualquer $(a, f(a))$ desse gráfico. Encontre, usando o resultado anterior (isto é, usando Cálculo Diferencial), a equação das retas tangentes ao gráfico de f que passam pelo ponto $P(0, -4)$.



Questão 5. (1.0pt) Encontre os máximos e os mínimos absolutos de $f(x) = \dfrac{2\sqrt{x}}{x+1}$ no intervalo $I = [0, 4]$.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2018/1
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT 01353 – Cálculo e Geometria Analítica IA
Teste 2 – 25 de junho de 2018

1	2	3	Total

Nome: ______________________________ **Cartão:** ________ **Turma:** _____

Questão 1 (1.0pt) Calcule as integrais indefinidas

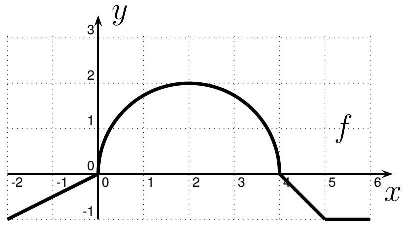
$$\int \frac{1+x}{x^2}dx$$

$$\int x^2 e^{-x^3} dx$$

Questão 2 (1.0pt) Sabendo que f é dada pelo gráfico abaixo, **usando somente a geometria**, calcule:

1) $\displaystyle\int_{-1}^{4} f(x)dx$

2) $\displaystyle\int_{2}^{6} f(x)dx$



Questão 3 (1.0pt) Resolva os problemas de valor inicial

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2\ln(x)}{x} \\ y(e) = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = \operatorname{sen}(2x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Bom trabalho.

UFRGS – Instituto de Matemática
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT 01353 – Cálculo e Geometria Analítica IA
Prova 2 – 9 de julho de 2018 –

1	2	3	4	Total

Nome: ______________________________ **Cartão:** __________ **Turma:** _____

Questão 1 - Escolha a alternativa apropriada: não há necessidade de justificar.

A- (1.0pt) Aqui $\sin(\cdot)$ representa a função seno. Está correto:

( ) $\displaystyle\int xe^{-x^2}dx = \frac{e^{-x^2}}{2} + \int \frac{e^{-x^2}}{2}dx$, usando $\begin{cases} u = x & ,du = dx \\ dv = e^{-x^2}dx & ,v = \frac{e^{-x^2}}{2} \end{cases}$

( ) $\displaystyle\int x^2\ln(x)dx = \frac{x^3\ln(x)}{3} - \frac{1}{3}\int x^2dx$, usando $\begin{cases} u = \ln(x) & ,du = \frac{dx}{x} \\ dv = x^2dx & ,v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$

( ) $\displaystyle\int \sin(x)e^{-x}dx = \sin(x)e^{-x} - \int \cos(x)e^{-x}dx$, usando $\begin{cases} u = \sin(x) & ,du = \cos(x)dx \\ dv = e^{-x}dx & ,v = e^{-x} \end{cases}$

( ) $\displaystyle\int \ln(x)dx = \frac{x^2\ln(x)}{2} - \frac{1}{2}\int xdx$, usando $\begin{cases} u = \ln(x) & ,du = \frac{dx}{x} \\ dv = dx & ,v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

( ) nenhuma das demais afirmativas está correta

B- (1.0pt) Aqui C é uma constante real qualquer. Está correto:

( ) $\displaystyle\int \frac{2dx}{x^2(x-2)} = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x-2}\right)dx = \ln|x| + \frac{2}{x} + \ln|x-2| + C$

( ) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2(x-1)} = \int x^{-2}(x-1)^{-1}dx = \frac{x^{-1}}{-1}\ln|x-1| + C = -\frac{\ln|x-1|}{x} + C$

( ) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2-4} = \int \frac{dx}{(x-2)^2} = \int (x-2)^{-2}dx = \frac{-1}{x-2} + C$

( ) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^3+x^2+x} = \int \left(x^{-3} + x^{-2} + x^{-1}\right)dx = \ln|x| + \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{x^{-2}}{-2} + C = \ln|x| - \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$

( ) nenhuma das demais afirmativas está correta

Questão 2 - Escolha a alternativa apropriada: não há necessidade de justificar.

A- (1.0pt) Aqui $\sin(\cdot)$ representa a função seno. Está correto:

( ) $\displaystyle\int \sqrt{x-x^2}dx = \int (x^{1/2} - |x|)dx = \int (x^{1/2} + x)dx = \frac{x^{3/2}}{3/2} + \frac{x^2}{2} + C = \frac{2x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} + C$, se $x \leq 0$

( ) $\displaystyle\int_0^2 \sqrt{4-x^2}dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos(\theta)2\cos(\theta)d\theta = 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(\theta)d\theta = 4\left[\frac{\sin^3(\theta)}{3}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{4}{3}$, usando $x = 2\sin(\theta)$

( ) $\displaystyle\int \sqrt{1+x^2}dx = \int \sec(\theta)\sec(\theta)\tan(\theta)d\theta = \int (1-x^2)xdx = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} + C$, usando $x = \tan(\theta)$

( ) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-x}}dx = \int \frac{2\cos(\theta)d\theta}{\cos^2(\theta)} = 2\int \sec(\theta)d\theta = 2\ln|\cos(\theta)| + C = 2\ln\sqrt{1-x} + C$, usando $x = \sin^2(\theta)$

( ) nenhuma das demais afirmativas está correta

B- (1.0pt) Aqui $\sin(\cdot)$ representa a função seno. Está correto:

( ) $\displaystyle\int \sin^4(x)dx = \sin^3(x)\cos(x) - 3\int \sin^2(x)(1-\sin^2(x))dx \Rightarrow \int \sin^4(x)dx = \frac{\sin^3(x)\cos(x)}{4} - \frac{3}{4}\int \sin^2(x)dx$,

usando $\begin{cases} u = \sin^3(x) & ,du = 3\sin^2(x)\cos(x)dx \\ dv = \sin(x)dx & ,v = \cos(x) \end{cases}$

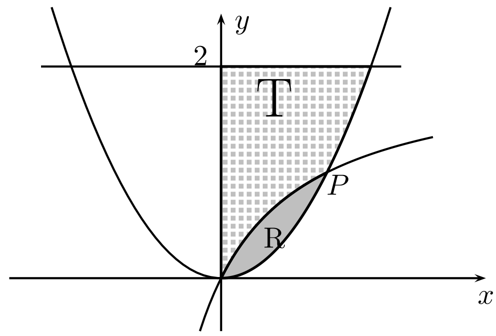
( ) $\displaystyle\int \sec(x)\tan^3(x)dx = \int \tan^2(x)\sec(x)\tan(x)dx = \frac{\tan^3(x)}{3} + C$

( ) $\displaystyle\int \tan^2(x)dx = \tan^2(x)\sec(x) - \int \sec^3(x)\tan(x)dx$, usando $\begin{cases} u = \tan(x) & ,du = \sec^2(x)dx \\ dv = \tan(x)dx & ,v = \sec(x)\tan(x) \end{cases}$

( ) $\displaystyle\int \sin^2(x)\cos^3(x)dx = \int \sin^2(x)(1-\sin^2(x))\cos(x)dx = \frac{\sin^3(x)}{3} - \frac{\sin^5(x)}{5} + C$

( ) nenhuma das demais afirmativas está correta

Questão 3. Ao lado temos os gráficos de $y = x^2$ e $y = 2 - \dfrac{2}{x+1}$ os quais, juntamente com o eixo y e a reta $y = 2$, delimitam as regiões hachuradas R e T.



a)(0.2pt) Encontre as coordenadas do ponto de intersecção P.

b)(0.9pt) Calcule a área da região R.

c)(0.9pt) Calcule a área da região T.

Questão 4.(1.0pt) Calcule $\displaystyle\int_0^2 xe^{-x^2}dx$

$$\int \operatorname{sen}^n x\,dx = -\frac{1}{n}\operatorname{sen}^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n}\int \operatorname{sen}^{n-2} x\,dx$$

$$\int \cos^n x\,dx = \frac{1}{n}\cos^{n-1} x \operatorname{sen} x + \frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2} x\,dx$$

$$\int \operatorname{tg}^n x\,dx = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{tg}^{n-2} x\,dx$$

$$\int \sec^n x\,dx = \frac{\sec^{n-2} x \operatorname{tg} x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1}\int \sec^{n-2} x\,dx$$

$\int \operatorname{sen}^m x \cos^n x\,dx$	PROCEDIMENTO	IDENTIDADES RELEVANTES
n ímpar	• Separe um fator de $\cos x$ • Aplique a identidade relevante • Faça a substituição $u = \operatorname{sen} x$	$\cos^2 x = 1 - \operatorname{sen}^2 x$
m ímpar	• Separe um fator de $\operatorname{sen} x$ • Aplique a identidade relevante • Faça a substituição $u = \cos x$	$\operatorname{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x$
$\begin{cases} m \text{ par} \\ n \text{ par} \end{cases}$	• Use a identidade relevante para reduzir as potências de $\operatorname{sen} x$ e $\cos x$	$\begin{cases} \operatorname{sen}^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \\ \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) \end{cases}$

$\int \operatorname{tg}^m x \sec^n x\,dx$	PROCEDIMENTO	IDENTIDADES RELEVANTES
n par	• Separe um fator de $\sec^2 x$ • Aplique a identidade relevante • Faça a substituição $u = \operatorname{tg} x$	$\sec^2 x = \operatorname{tg}^2 x + 1$
m ímpar	• Separe um fator de $\sec x \operatorname{tg} x$ • Aplique a identidade relevante • Faça a substituição $u = \sec x$	$\operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x - 1$
$\begin{cases} m \text{ par} \\ n \text{ ímpar} \end{cases}$	• Use a identidade relevante para reduzir o integrando a potências somente de $\sec x$ • Agora use a fórmula de redução para potências de $\sec x$	$\operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x - 1$

NO INTEGRANDO	SUBSTITUIÇÃO	RESTRIÇÃO SOBRE θ	SIMPLIFICAÇÃO
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a \operatorname{sen} \theta$	$-\pi/2 \le \theta \le \pi/2$	$a^2 - x^2 = a^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 \theta = a^2 \cos^2 \theta$
$\sqrt{a^2 + x^2}$	$x = a \operatorname{tg} \theta$	$-\pi/2 < \theta < \pi/2$	$a^2 + x^2 = a^2 + a^2 \operatorname{tg}^2 \theta = a^2 \sec^2 \theta$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = a \sec \theta$	$\begin{cases} 0 \le \theta < \pi/2 & (\text{se } x \ge a) \\ \pi/2 < \theta \le \pi & (\text{se } x \le -a) \end{cases}$	$x^2 - a^2 = a^2 \sec^2 \theta - a^2 = a^2 \operatorname{tg}^2 \theta$

Bom Trabalho

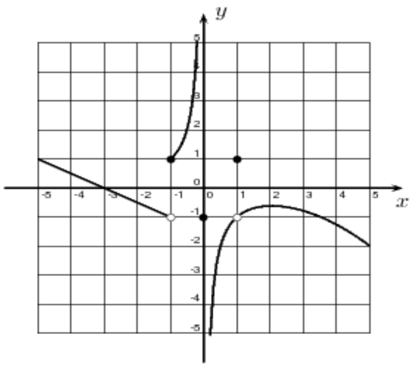
UFRGS – Instituto de Matemática
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT 01353 – Cálculo e Geometria Analítica IA
Recuperação Geral - 13 de julho de 2018 –

1	2	3	4	5	Total

Nome: ____ **Cartão:** _________ **Turma:** _____

Questão 1 - Escolha a alternativa apropriada: não há necessidade de justificar.

A- (1.0pt) Sobre a função $y = f(x)$ cujo gráfico está ao lado, podemos afirmar:



( ) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -1$
( ) $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = 1$
( ) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -1$
( ) $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = 0$
( ) nenhuma das demais alternativas está correta

B- (1.0pt) Está correto:
( ) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-1}{x^2+4x+3} = \lim_{x\to -1} \frac{x+1}{x+3} = 0$
( ) $\lim_{x\to -2} \frac{x^2+x-2}{x^2+3x+2} = \lim_{x\to -2} \frac{x^2}{x^2} + \frac{x}{3x} + \frac{-2}{2} = \frac{1}{3}$
( ) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2+4x+3} = \lim_{x\to 1} \frac{x+1}{x+3} = \frac{1}{2}$
( ) $\lim_{x\to -2} \frac{x^2+x-2}{x^2+3x+2} = \lim_{x\to -2} \frac{x-1}{x+1} = 3$
( ) nenhuma das demais alternativas está correta

C- (1.0pt) Sobre a taxa de variação instantânea v de $f(t) = \sqrt{t^3}$ em $t = 4$, podemos afirmar:
( ) $v = \lim_{\triangle t\to 0} \frac{\sqrt{(4+\triangle t)^3}-8}{\triangle t} = \lim_{\triangle t\to 0} \frac{8+(\triangle t)^{3/2}-8}{\triangle t} = 0$
( ) $v = \lim_{\triangle t\to 0} \frac{\sqrt{(4+\triangle t)^3}-8}{\triangle t} = \lim_{\triangle t\to 0} \frac{(4+\triangle t)^3-64}{8+\sqrt{(4+\triangle t)^3}}$
( ) $v = \lim_{\triangle t\to 0} \frac{\sqrt{64+4(\triangle t)^3}-8}{\triangle t} = \lim_{\triangle t\to 0} \frac{2(\triangle t)^{3/2}}{\triangle t} = 0$
( ) $v = \lim_{\triangle t\to 0} \frac{\sqrt{64+8\triangle t}-8}{\triangle t} = \lim_{\triangle t\to 0} \frac{8}{\sqrt{64+8\triangle t}+8}$
( ) nenhuma das demais alternativas está correta

Questão 2 - Escolha a alternativa apropriada: não há necessidade de justificar.
A- (1.0pt) Está correto:
( ) $\frac{d}{dx}[sen^3(x) - 3sen(x)] = 3sen^2(x)\cos(x) - 3\cos(x) = 3\cos(x)(1 - sen^2(x)) = 3\cos^3(x)$
( ) $\frac{d}{dx}[3\cos(x) - \cos^3(x)] = 3sen(x) - 3\cos^2(x)sen(x) = 3sen(x)(1 - \cos^2(x)) = 3sen^3(x)$
( ) $\frac{d}{dx}[sen^2(x)\cos^2(x)] = 2sen(x)\cos^2(x) - 2\cos(x)sen^2(x) = 2sen(x)(\cos^2(x) - sen^2(x)) = 2sen(x)\cos(2x)$
( ) $\frac{d}{dx}[sen^3(x) - \frac{3}{2}\cos^2(x)] = 3sen^2(x)\cos(x) - 3\cos(x) = 3\cos(x)(1 - sen^2(x)) = 3\cos^3(x)$
( ) nenhuma das demais alternativas está correta

B- (1.0pt) Sendo $f(x) = x^3 e^{-3x}$, está correto:
( ) f é decrescente em toda a reta $(-\infty, \infty)$
( ) f é crescente no intervalo $(1, \infty)$
( ) f é decrescente no intervalo $(0, \infty)$
( ) f é crescente no intervalo $(-3, \infty)$
( ) nenhuma das demais afirmativas está correta

(C)- (1.0pt) Seja $C \in \mathbb{R}$ qualquer. Está correto:
( ) $\int 2x(x^2+1)dx = \frac{(x^2+1)^2}{2} + C$
( ) $\int 2x(x+1)^2 dx = x^2\frac{(x+1)^3}{3} + C = \frac{x^2(x+1)^3}{3} + C$
( ) $\int \frac{x}{x+1}dx = \int (1+x)dx = x + \frac{x^2}{2} + C$
( ) $\int \frac{2x}{1+x^2}dx = \frac{x^2}{x+x^3/3} + C = \frac{3x}{3+x^2} + C$
( ) nenhuma das demais alternativas está correta

Questão 3.(1.0pt) Encontre os máximos e os mínimos absolutos de $f(x) = \dfrac{3\sqrt[3]{x}}{x+1}$ no intervalo $I = [0, 8]$.

Questão 4.(1.0pt) Aqui sin(·) representa a função seno. ESCOLHA 1 entre os 2 ITENS abaixo:

(a)(1.0pt) Calcule $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3(x)\cos^3(x)dx$

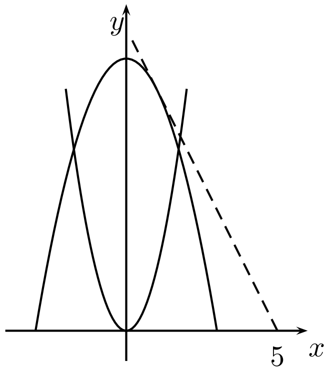
(b)(1.0pt) Calcule $\int_0^1 x^2 e^{-x^2} dx$ (errata: integrando é $x^2 e^{-x^3}$)

Questão 5.(2.0pt) Sejam $f(x) = 9 - x^2$, $g(x) = 2x^2$. Seja R a região limitada pelos gráficos de f e g.
ESCOLHA 2 entre os 3 ITENS abaixo:

(a)(1.0pt) Calcule a área de R.

(b)(1.0pt) Calcule o volume do sólido obtido quando R gira em torno do eixo dos y.

(c)(1.0pt) Encontre a equação da reta que passa pelo ponto $P(5, 0)$, que é tangente ao gráfico de f , e que está representada ao lado.



$$\int \text{sen}^n x\,dx = -\frac{1}{n}\text{sen}^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n}\int \text{sen}^{n-2} x\,dx$$

$$\int \cos^n x\,dx = \frac{1}{n}\cos^{n-1} x\,\text{sen}\,x + \frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2} x\,dx$$

$$\int \text{tg}^n x\,dx = \frac{\text{tg}^{n-1} x}{n-1} - \int \text{tg}^{n-2} x\,dx$$

$$\int \sec^n x\,dx = \frac{\sec^{n-2} x\,\text{tg}\,x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1}\int \sec^{n-2} x\,dx$$

$\int \text{sen}^m x \cos^n x\,dx$	PROCEDIMENTO	IDENTIDADES RELEVANTES
n ímpar	• Separe um fator de $\cos x$ • Aplique a identidade relevante • Faça a substituição $u = \text{sen}\,x$	$\cos^2 x = 1 - \text{sen}^2 x$
m ímpar	• Separe um fator de $\text{sen}\,x$ • Aplique a identidade relevante • Faça a substituição $u = \cos x$	$\text{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x$
$\begin{cases} m \text{ par} \\ n \text{ par} \end{cases}$	• Use a identidade relevante para reduzir as potências de $\text{sen}\,x$ e $\cos x$	$\begin{cases} \text{sen}^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \\ \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) \end{cases}$

$\int \text{tg}^m x \sec^n x\,dx$	PROCEDIMENTO	IDENTIDADES RELEVANTES
n par	• Separe um fator de $\sec^2 x$ • Aplique a identidade relevante • Faça a substituição $u = \text{tg}\,x$	$\sec^2 x = \text{tg}^2 x + 1$
m ímpar	• Separe um fator de $\sec x\,\text{tg}\,x$ • Aplique a identidade relevante • Faça a substituição $u = \sec x$	$\text{tg}^2 x = \sec^2 x - 1$
$\begin{cases} m \text{ par} \\ n \text{ ímpar} \end{cases}$	• Use a identidade relevante para reduzir o integrando a potências somente de $\sec x$ • Agora use a fórmula de redução para potências de $\sec x$	$\text{tg}^2 x = \sec^2 x - 1$

NO INTEGRANDO	SUBSTITUIÇÃO	RESTRIÇÃO SOBRE θ	SIMPLIFICAÇÃO
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a\,\text{sen}\,\theta$	$-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$	$a^2 - x^2 = a^2 - a^2\text{sen}^2\theta = a^2\cos^2\theta$
$\sqrt{a^2 + x^2}$	$x = a\,\text{tg}\,\theta$	$-\pi/2 < \theta < \pi/2$	$a^2 + x^2 = a^2 + a^2\text{tg}^2\theta = a^2\sec^2\theta$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = a\sec\theta$	$\begin{cases} 0 \leq \theta < \pi/2 & (\text{se } x \geq a) \\ \pi/2 < \theta \leq \pi & (\text{se } x \leq -a) \end{cases}$	$x^2 - a^2 = a^2\sec^2\theta - a^2 = a^2\text{tg}^2\theta$

Bom Trabalho