

Instituto de Matemática - UFRGS - Mat01191 - Vetores e Geometria Analítica
Segunda Recuperação 2022/2

Nome:

Cartão:

Instruções: (1) Essa prova tem duração de 1h40min. (2) Calculadoras não podem ser usadas; você pode escrever e marcar à lapis. (3) A correta interpretação dos enunciados faz parte da verificação; leia atentamente. (4) Em qualquer das questões, a ausência de justificativa será penalizada.

Questão 1. (a)(1.5pt) Encontre equações paramétricas da reta que é ortogonal ao plano $2x - 3y - z = 6$ e que passa pelo ponto $P(-1, -1, 2)$. Encontre a distância entre o ponto P e tal plano.

(b)(1.5pt) Encontre equação cartesiana do plano determinado pela reta $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$ e pelo ponto $Q(1, 4, -2)$.

Questão 2. (a)(1.5pt) Encontre equação reduzida da superfície esférica que tem como diâmetro o segmento \overline{AB} , onde $A(2, -2, 1)$, $B(0, -1, -1)$.

(b)(1.5pt) Identifique, descreva os principais elementos, encontre equação reduzida do lugar geométrico do plano XY equidistante do ponto $F(2, 3)$ e da reta $x = -6$.

Questão 3.(a)(1.5pt) Descreva (eq reduzida, nome, principais elementos) o lugar geométrico dos pontos (x, y, z) tais que $4x^2 + 2y^2 - z^2 + 4x + 4y + 2z + 6 = 0$.

(b)(1.5pt) Descreva (eq reduzida, nome, principais elementos) o lugar geométrico dos pontos (x, y, z) tais que $2x^2 - 2y^2 + z^2 + 4x + 4y + 2z + 1 = 0$.

(c)(1.0pt) Encontre uma equação cartesiana reduzida e descreva a curva plana que em coordenadas polares (r, θ) tem equação $r = \frac{2}{1 - \cos(\theta)}$. Suponha que o polo O esteja no centro $(0, 0)$ do plano cartesiano.

Formulário para essa prova:

$$(P, r) = \frac{|\vec{AP} \wedge \vec{AB}|}{|\vec{AB}|}; d(P, \Pi) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \begin{bmatrix} 2a & b \\ b & 2c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d \\ -e \end{bmatrix}, f' = \frac{dh}{2} + \frac{ek}{2} + f$$

Bom trabalho.

Instituto de Matemática - UFRGS - Mat01191 - Vetores e Geometria Analítica
Recuperação Geral 2022/2

Nome:

Cartão:

Instruções: (1) Essa prova tem duração de 1h40min. (2) Calculadoras não podem ser usadas; você pode escrever e marcar à lápis. (3) A correta interpretação dos enunciados faz parte da verificação; leia atentamente. (4) Em qualquer das questões, a ausência de justificativa será penalizada.

Questão 1.(3.0pt) ESCOLHA e RESOLVA 2 ítems.

1.(a) Pontos A, B, C são não colineares e O é tal que $\vec{CO} = \frac{3}{2} \vec{AO} + \frac{5}{2} \vec{BO}$. Calcule α e β tais que $\vec{AO} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AC}$.

1.(b) Sabendo que \vec{x} e \vec{y} são não-paralelos, que $\vec{OA} = 4\vec{x} + 2\vec{y}$, $\vec{OB} = 2\vec{x} + 3\vec{y}$, $\vec{OC} = \lambda\vec{x} - \vec{y}$, calcule λ para o qual os pontos A, B e C sejam colineares.

1.(c) Sabemos que A, B e C são três pontos não-colineares e que X, Y são pontos tais que $4 \vec{AX} = 5 \vec{XB}$ e $\vec{AC} = 5 \vec{YA}$. Escreva \vec{XY} como combinação linear de \vec{AC} e \vec{AB} .

1.(d) Sejam $\vec{u} = (1, -2, 1)$ e $\vec{v} = (4, -3, 2)$. Decomponha \vec{v} como soma de vetores \vec{x} e \vec{y} tais que \vec{x} é paralelo \vec{u} e \vec{y} é ortogonal a \vec{u} .

Questão 2. Sejam $\vec{AB} = (1, -1, 1)$, $\vec{AC} = (2, 3, 1)$, $\vec{AD} = (3, -1, 2)$.

(a)(1.0pt) calcule a área do triângulo formado por \vec{AB} e \vec{AC} .

(b)(1.0pt) calcule o volume da pirâmide triangular formada por esses 3 vetores.

Questão 3. (a)(1.0pt) Encontre equações paramétricas da reta que é ortogonal ao plano $2x - 3y - z = 6$ e que passa pelo ponto $P(-1, -1, 2)$. Encontre a distância entre o ponto P e tal plano.

(b)(1.0pt) Encontre equação cartesiana do plano determinado pela reta $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$ e pelo ponto $Q(1, 4, -2)$.

Questão 4.(3.0pt) ESCOLHA e RESOLVA 2 ítems.

4.(a) Encontre equação reduzida da superfície esférica que tem como diâmetro o segmento \overline{AB} , onde $A(2, -2, 1)$, $B(0, -1, -1)$.

4.(b) Identifique, descreva os principais elementos, encontre equação reduzida do lugar geométrico do plano XY equidistante do ponto $F(2, 3)$ e da reta $x = -6$.

4.(c) Descreva (eq reduzida, nome, principais elementos) o lugar geométrico dos pontos (x, y, z) tais que $4x^2 + 2y^2 - z^2 + 4x + 4y + 2z + 6 = 0$.

4.(d) Descreva (eq reduzida, nome, principais elementos) o lugar geométrico dos pontos (x, y, z) tais que $2x^2 - 2y^2 + z^2 + 4x + 4y + 2z + 1 = 0$.

Formulário para essa prova:

$$(P, r) = \frac{|\vec{AP} \wedge \vec{AB}|}{|\vec{AB}|}; d(P, \Pi) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \begin{bmatrix} 2a & b \\ b & 2c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d \\ -e \end{bmatrix}, f' = \frac{dh}{2} + \frac{ek}{2} + f$$

Bom trabalho.