Tabela 1.1: Principais funções nativas no Scilab (use *help nome* para saber mais)

abs	acos	acosh	asin	asinh	atan
atan2	ceil	conj	contour	cos	cosh
cotg	exp	expm	feval	floor	imag
interp	intg	log	log10	log2	max
maxi	mesh	min	mini	modulo	plot
plot2d	poly	power	round	sec	sign
sin	sinh	sqrt	splin	tan	tanh

INSTITUTO DE MATEMÁTICA - UFRGS
MAT01186 - NOCÕES DE CÁLCULO NUMÉRICO
MATERIAL PARA CONSULTA NAS PROVAS - ÁREA 1

POR FAVOR NÃO ESCREVA NESTE FORMULÁRIO.

Cota Básica para localização de raízes polinomiais:

$$|z| \leq 1 + \frac{M}{|a_n|}$$

onde $M = \max\{|a_{n-1}|, |a_{n-2}|, \ldots, |a_1|, |a_0|\}$.

Cota de Vene para localização de raízes polinomiais[1]:

Resultado: Toda raiz positiva α de $p(x) = 0$ verifica

$$0 < \alpha \leq 1 + \frac{M}{a_n + a_{n-1} + \ldots + a_p},$$

onde M é o valor absoluto do menor dos coeficientes negativos e a_p é o último coeficiente positivo antes do primeiro coeficiente negativo.

Observação: Considerando $g(x) = -p(-x)$, se o grau de p é impar, ou $g(x) = p(-x)$, caso contrário, encontramos estimativa para as raízes negativas de $p(x)$, completando a localização.

Algoritmo: Método de Newton-Raphson (MNR)
Entrada: função $f(x)$ com derivada $f'(x)$; aproximação x_0 para a raiz procurada; parâmetro de tolerância TOL.

Saída: aproximação x_n para a raiz

Passo 1: Inicialização $n = 0$; segue=1,

Passo 2: Faça enquanto segue = 1
Passo 3: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
Passo 4: $n \leftarrow n + 1$
Passo 5: Se TOL já foi alcançado, segue $\leftarrow 0$.
Fim-faça
Fim

Algoritmo: Método de Stephensen (MST)
Entrada: função $f(x)$; aproximação x_0 para a raiz procurada; parâmetro de tolerância TOL.

Saída: aproximação x_n para a raiz

Passo 1: Inicialização $n = 0$; segue=1,

Passo 2: Faça enquanto segue = 1
Passo 3: $d_n = \dfrac{f(x_n + f(x_n)) - f(x_n)}{f(x_n)}$
Passo 4: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{d_n}$
Passo 4: $n \leftarrow n + 1$
Passo 5: Se TOL já foi alcançado, segue $\leftarrow 0$.
Fim-faça
Fim

Algoritmo: Método da Secante (MSC)
Entrada: função $f(x)$; aproximações x_0 e x_{-1} para a raiz procurada; parâmetro de tolerância TOL.

Saída: aproximação x_n para a raiz

Passo 1: Inicialização $n = 0$; segue=1,

Passo 2: Faça enquanto segue = 1
Passo 3: $d_n = \dfrac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$
Passo 4: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{d_n}$
Passo 4: $n \leftarrow n + 1$
Passo 5: Se TOL já foi alcançado, segue $\leftarrow 0$.
Fim-faça
Fim

■ FIM DO FORMULÁRIO ■

[1] Convenção: polinômios na forma $p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots a_1 x + a_0$, onde $a_n > 0$.

Tabela 3.2: Principais funções nativas no Scilab (use *help nome* para saber mais)

abs	acos	acosh	asin	asinh	atan
atan2	ceil	conj	contour	cos	cosh
cotg	exp	expm	feval	floor	imag
interp	intg	log	log10	log2	max
maxi	mesh	min	mini	modulo	plot
plot2d	poly	power	round	sec	sign
sin	sinh	sqrt	splin	tan	tanh

INSTITUTO DE MATEMÁTICA - UFRGS
MAT01186 - NOCÕES DE CÁLCULO NUMÉRICO
MATERIAL PARA CONSULTA NAS PROVAS - ÁREA 2

POR FAVOR NÃO ESCREVA NESTE FORMULÁRIO.

Interpolação Polinomial de Lagrange por $\{(x_0, y_0), \ldots, (x_n, y_n)\}$:

$$\phi(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i L_i(x), \text{ onde } L_i(x) = \prod_{0 \le j \le n, j \ne i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

Interpolação Polinomial de Newton por $(x_i, f(x_i)), i = 0, 1, \ldots, n$:

$$\begin{aligned}\phi(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \\ f[x_0, x_1, x_2, x_3](x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) + \\ + \ldots + f[x_0, \ldots, x_n](x - x_0) \ldots (x - x_{n-1}).\end{aligned}$$

onde as quantidades $f[\ldots]$ são as diferenças divididas da tabela.

Melhor solução de $Ax = b$ no sentido dos Mínimos Quadrados, via fatoração QR

Sendo $A = QR$ a decomposição QR magra[2] (econômica) da matriz de coeficientes A (A deve ter posto máximo), então

$$Ax = b \Leftrightarrow QRx = b \Rightarrow Q^T QRx = Q^T b \Leftrightarrow Rx = Q^T b \tag{3.1}$$

permite o cálculo computacional da solução x^*, no sentido dos Mínimos Quadrados, de $Ax = b$.

■ FIM DO FORMULÁRIO ■

[2] Q tem a mesma dimensão de A, $Q^T Q = I$, enquanto R é quadrada e triangular superior.

Tabela 3.3: Parâmetros da Quadratura de Gauss-Legendre.

n	x_k	w_k
1	$-\sqrt{1/3}$ $\sqrt{1/3}$	1 1
2	$-\sqrt{3/5}$ 0 $\sqrt{3/5}$	$5/9$ $8/9$ $5/9$
3	$-\sqrt{3/7 + (6/7)\sqrt{2/15}}$ $-\sqrt{3/7 - (6/7)\sqrt{2/15}}$ $\sqrt{3/7 - (6/7)\sqrt{2/15}}$ $\sqrt{3/7 + (6/7)\sqrt{2/15}}$	$1/2 - (1/18)\sqrt{15/2}$ $1/2 + (1/18)\sqrt{15/2}$ $1/2 + (1/18)\sqrt{15/2}$ $1/2 - (1/18)\sqrt{15/2}$

INSTITUTO DE MATEMÁTICA - UFRGS
MAT01186 - NOCÕES DE CÁLCULO NUMÉRICO
MATERIAL PARA CONSULTA NAS PROVAS - ÁREA 3

POR FAVOR NÃO ESCREVA NESTE FORMULÁRIO.

Quadratura do Trapézio para um intervalo $[a, b]$:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{f(a) + f(b)}{2}(b - a)$$

Quadratura de Simpson para um intervalo $[a, b], c = \frac{a+b}{2}$:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{f(a) + 4f(c) + f(b)}{6}(b - a)$$

Quadratura de Gauss-Legendre para $n + 1$ pontos:

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \sum_{k=0}^{n} w_k f(x_k) \tag{3.2}$$

onde $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$ são definidos conforme tabela 3.3.

■ FIM DO FORMULÁRIO ■