Departamento de Matemática Pura e Aplicada

MAT 01353 – Cálculo e Geometria Analítica IA

Prova 1 – 11 de abril de 2007 – Fila

• **Questão 1** (1,5 pontos):

(a) Partindo do gráfico de $f(x) = \sqrt[3]{x}$, expresse:

(i) a função f_1, obtida transladando-se o gráfico de f duas unidades para a direita;

(ii) a função f_2, obtida aplicando-se uma contração horizontal de três unidades no gráfico de f_1;

(iii) a função f_3, obtida alongando-se verticalmente de cinco unidades o gráfico de f_2.

(b) Se, partindo da função $f(x) = \sqrt[3]{x}$, você aplicar, sucessivamente, um alongamento vertical de cinco unidades, seguido de uma contração horizontal de três unidades e esta seguida de uma translação horizontal de duas unidades para a direita, o resultado final será a função f_3 obtida no item **(a)**? Justifique.

• **Questão 2** (2,5 pontos): Em cada item abaixo, determine se a afirmação é verdadeira ou falsa, assinalando **V** ou **F**, respectivamente. Justifique suas respostas.

( ) Se f é uma função tal que $f(1) = 5 = f(3)$. Então f não possui função inversa. ( ) Se f é uma função contínua em a, então a reta vertical $x = a$ é uma assíntota vertical do gráfico de f.

( ) Se f e g são funções deriváveis em $\mathbb{R}$ e $f(2) = g(2)$, então $f'(2) = g'(2)$.

( ) O gráfico de $y = \log_3(9x)$ é uma translação vertical do gráfico de $y = \log_3(x)$.

( ) Sejam f uma função derivável em $\mathbb{R}$ e g a função cujo gráfico é uma translação vertical do gráfico de f. Então $g'(x) = f'(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

• **Questão 3** (2,5 pontos): Considere a função dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 3 + 5^{x-2} & x \leq 2 \\ \\ \dfrac{(x-2)(2x^2+6x)}{x^3 - 2x^2 + x - 2} & x > 2 \end{cases}$$

a) Calcule $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

b) Determine as equações das assíntotas horizontais do gráfico de f, caso existam.

c) Verifique se f é contínua em $x = 2$.

a) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x^2 + 1}$, no ponto de abscissa 1.

b) Determine um número real a, do intervalo aberto $(0, 4)$, de modo que a reta tangente ao gráfico de $y = \cos\left(\frac{\pi}{2}\, x + a\right)$, em $x = 2$, seja horizontal.

• **Questão 5** (1 ponto):

Para a câmera e o foguete da figura ao lado, determine a taxa de variação, em relação ao tempo, da distância entre câmera e foguete, quando ele estiver a 4 km de altura e subindo verticalmente a 850 km/h?