Texto Complementar à aula 1:

Trajetórias de partículas carregadas em campos magnéticos.

I) Trajetória descrita por um feixe de elétrons lançado perpendicularmente em um campo magnético uniforme $\vec{B}$.

Vamos supor que um feixe de elétrons é lançado por um canhão eletrônico em uma câmara de ionização, com uma velocidade vetorial $\vec{v}$ perpendicular a $\vec{B}$. Numa câmara de ionização esta trajetória fica visível porque os átomos de gás da câmara emitem luz quando alguns dos elétrons do feixe colidem com eles.

A força magnética $\vec{F}_B$ presente neste movimento é a força de Lorentz, que é uma força cuja direção é sempre perpendicular à velocidade $\vec{v}$ da partícula de carga q e ao campo magnético $\vec{B}$ e é expressa pelo produto vetorial $\vec{F}_B = q\,\vec{v}\times\vec{B}$.
Esta é a força que irá defletir os elétrons lançados na câmara de ionização e como estamos assumindo que $\vec{v}\perp\vec{B}$, esta deflexão fará com que os elétrons descrevam uma trajetória circular.

Assim, se convencionarmos o plano *xy* como o plano desta página, então $\vec{B}$ estará dirigido para fora do plano da página e pela regra da mão direita a força vetorial instantânea $\vec{F}_B$ será perpendicular ao plano determinado pelos vetores $\vec{v}$ e $\vec{B}$. Como as cargas são negativas, $\vec{F}_B$, aponta para dentro da curva. Então, pela segunda lei de Newton, $\vec{F}_B$ será a força centrípeta responsável pelo movimento. Esta é a igualdade que permite calcular o raio *R* da trajetória circular descrita pelo feixe de elétrons.

Seja $|\vec{v}| = v$ e $|\vec{B}| = B$,então : $q\,v\,B = \dfrac{mv^2}{R} \quad \therefore \quad R = \dfrac{mv}{qB}$

Exercício: Calcule o raio da trajetória para esta configuração, considerando um feixe de elétrons com velocidade $v = 3.2\times10^7 m/s$, que entra em um campo magnético de intensidade $B = 1.2\times10^{-3}T$, sendo $m_e = 9.11\times10^{-31}kg$ e $q = 1.6\times10^{-19}C$.
Resposta: 15cm.

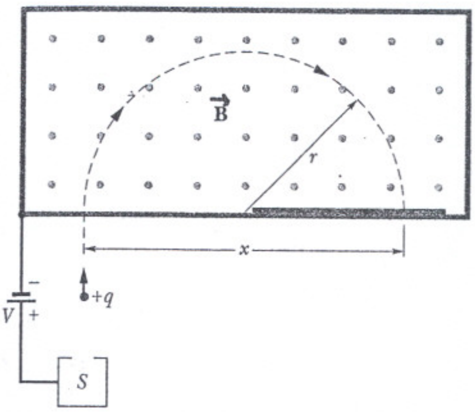
Uma importante aplicação do movimento circular de partículas carregadas em campos magnéticos uniformes é o espectrômetro de massa.O espectrômetro de massa é um equipamento usado para medir a massa m de íons e está esquematizado na figura a seguir, onde

S é a fonte de íons, inicialmente estacionários. Estes íons são acelerados por uma diferença de potencial V e disparados para o interior de uma câmara perpendicularmente a um campo magnético uniforme $\vec{B}$. A força de Lorentz $\vec{F}_B = q\,\vec{v}\times\vec{B}$ faz com que o íon se mova em um semi-círculo e colida com uma placa fotográfica situada a uma distância $x=2R$ da entrada do feixe.Conhecendo a intensidade do campo magnético,a carga q do íon,a diferença de potencial V e o ponto x marcado na placa fotográfica, temos todos os parâmetros necessários para calcular a massa m do íon.A lei física que permite este cálculo é a lei de conservação de energia, isto é, a energia cinética do íon no final do processo de aceleração($\frac{1}{2}mv^2$) é igual à sua energia potencial no início do processo de aceleração(qV):

$$\frac{1}{2} m v^2 = qV$$

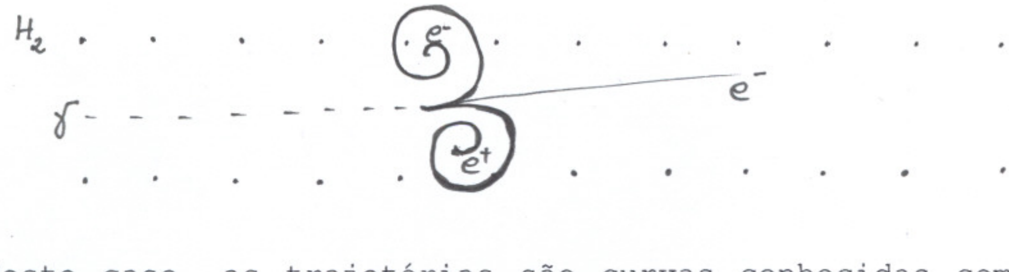
$$\frac{1}{2} m \left(\frac{R}{m} q B\right)^2 = qV$$

$$m = \frac{1}{2} \frac{R^2 B^2 q}{V}.$$



II) Trajetória descrita por um feixe de raios gama lançado perpendicularmente a um campo magnético uniforme.

Neste exemplo, a câmara de ionização está preenchida com hidrogênio líquido e está imersa em um campo magnético uniforme, porém muito forte. Neste ambiente é lançado um feixe de raios gama. Como sabemos, o raio γ é uma radiação com carga total nula e portanto não deixa inicialmente rastro de sua trajetória na câmara. Contudo , o raio γ pode ter energia suficiente para ao colidir com um átomo de hidrogênio arrancar o elétron do hidrogênio e se transformar em um par elétron-pósitron. Os rastros luminosos deixados por estas partículas são uma longa linha curva, no caso do elétron arrancado e em duas curvas espirais para o par elétron-pósitron, conforme mostrado abaixo.



Neste caso, as trajetórias são curvas conhecidas como espirais.

A mais conhecida é a espiral de Arquimedes, cuja representação em coordenadas polares é dada por $r = a\theta$, com θ dado em radianos e a uma constante positiva. Se $\theta \geq 0$ a espiral gira no sentido anti-horário. Se $\theta \leq 0$, a espiral gira no sentido horário.

Exercício : Dada a espiral $r = \theta \ (\theta \geq 0)$, onde r e θ são coordenadas polares:

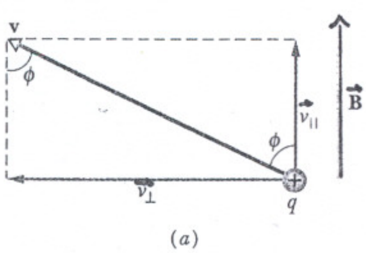
a) Faça um esboço de seu gráfico. Um esboço razoável pode ser obtido plotando as intersecções da curva com os eixos xy, observando que r aumenta linearmente com θ.

b) Dê uma representação vetorial para a espiral $r = \theta$.

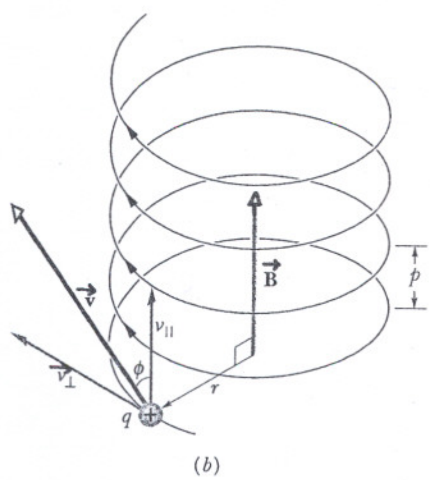
III) Trajetórias de partículas carregadas, lançadas em campos magnéticos com velocidade $\vec{v}$, tais que $\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$, onde $\vec{v}_{\parallel}$ e $\vec{v}_{\perp}$ são as velocidades na direção de $\vec{B}$ e na direção perpendicular a $\vec{B}$, respectivamente.

Caso a) Campo magnético uniforme.

A partícula, neste caso, se moverá em uma trajetória helicoidal em torno da direção de $\vec{B}$. A componente paralela da velocidade determina o passo da hélice e a componente perpendicular determina o raio de hélice. Veja a figura abaixo.



(a)



(b)

Exercício: Dada a hélice $\vec{r}(t) = R\cos\omega t\,\vec{i} + R sen\omega t\,\vec{j} + ct\,\vec{k}$, onde ω é a velocidade angular da partícula e t é a variável tempo,

a) determine a velocidade $\vec{v}(t)$ e a aceleração $\vec{a}(t)$ da partícula.

b) Suponha que esta é a trajetória de um elétron numa região do espaço onde há um campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0\vec{k}$. Use a lei de Lorentz $\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B}$ e o fato de que esta força é a força centrípeta para determinar o raio da R hélice.

a) $\vec{r}\,'(t) = \underbrace{-R\omega\,\text{sen}\,\omega t\,\vec{i} + R\omega\cos\omega t\,\vec{j}}_{} + \underbrace{c\,\vec{k}}_{}$

$\vec{v}(t) = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}$

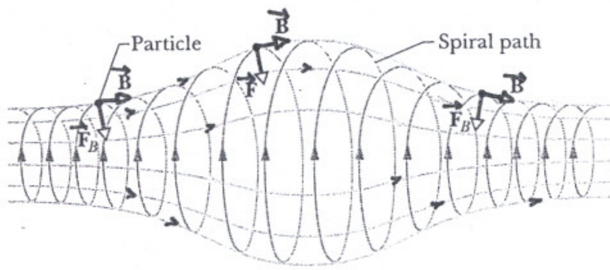
$\vec{r}\,''(t) = -R\omega^2\cos\omega t\,\vec{i} - R\omega^2\,\text{sen}\,\omega t\,\vec{j} = -\omega^2\vec{r}(t)$

b) $\vec{F}_B = q\,\vec{v}\times\vec{B} = q\,\vec{v}_{\perp}\times\vec{B} \;\therefore\; |\vec{F}_B| = q\,v_{\perp}B_0 \rightarrow$ força centrípeta $\vec{F}_c$

$|\vec{F}_c| = |\vec{F}_B| \;\therefore\; \frac{1}{R}m\,v_{\perp}^2 = q\,v_{\perp}B_0 \;\therefore\; R = \frac{m v_{\perp}}{q B_0}$

Caso b) Campo magnético não uniforme.

Se o campo magnético não for uniforme, isto é , $\vec{B}$ não é uma vetor constante, mas um campo vetorial variável, então a partícula ficará espiralando, como é mostrado na figura abaixo.



O espaçamento entre as linhas do campo magnético mede de certa forma a intensidade do campo. Assim, podemos observar que nesta figura, as linhas de campo nas extremidades se tornam mais próximas, indicando que o campo magnético é mais intenso aí. Quando temos esta configuração, a partícula sofre uma reflexão nas extremidades, resultando no seu confinamento dentro desta 'garrafa magnética'.

O Cinturão de Van Allen: Quando as tempestades solares disparam elétrons e prótons, estes são aprisionados pelo campo magnético terrestre, formando o chamado Cinturão de Van Allen que se localiza acima da atmosfera terrestre, entre os pólos norte e sul. O movimento de vai-e-vem dos elétrons na 'garrafa magnética' dá origem a formação de um campo elétrico na região onde os elétrons normalmente refletem. Este campo acaba por eliminar a reflexão fazendo com que os elétrons escapem e entrem na atmosfera, onde colidem com as moléculas de ar, fazendo-as emitir luz. Esta é a origem do fenômeno chamado 'aurora boreal'. A luz verde é emitida pelos átomos de oxigênio e a luz pink é emitida pelas moléculas de hidrogênio.