

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

- 1).– Problemas matemáticos fechados × abertos
- 2).– Atitudes na resolução de um problema
- 3).– Atitudes positivas, suas estratégias
- 4).– Atitudes negativas, suas estratégias
- 5).– Dicas gerais para a resolução de problemas difíceis

1).– Exercícios X problemas

Para podermos iniciar nosso estudo, procure resolver as seguintes questões.

Questão 1 –

Ao contarmos de 1 a 100, encontramos quantos números 9? E quantos algarismos 9?

Questão 2 –

Depois de ter comprado um saco de pipocas, José viu que lhe sobraram R\$ 9,60. Sendo que ele ficou com a mesma quantidade de moedas de 5, 10 e 25 centavos, e nenhum outro tipo de dinheiro, pergunta-se: com quantas moedas ele ficou?

Questão 3 –

José precisa levar à sua mãe exatamente 7 litros de água. Ele tem acesso à uma torneira, mas possui apenas duas jarras, uma com capacidade de 3 litros e a outra de 5 litros. Como realizar sua tarefa?

Questão 4 –

Acrescente um número na posição indicada, de modo a termos uma sequência de seis números obedecendo a uma mesma lei de formação: 1 3 9 ? 81 243.

As questões acima são exemplos de problemas, mas é importante atinarmos que são problemas de natureza bastante distinta. Procure classificá-las de acordo com os seguintes critérios:

Exercícios de cursos são *aplicações diretas e rotineiras* de teoremas e procedimentos. Os objetivos dos exercícios são ajudar a memorizar resultados já estudados em aula, bem como mecanizar sua aplicação ou uso. Tipicamente, é o único tipo de problema que lhe pedem resolver na Escola.

Problemas olímpicos são questões em que lhe é dito o que se tem de calcular, construir ou demonstrar, *mas não ficando imediato, contudo, se descobrir o caminho para fazer isso*. O objetivo dos problemas olímpicos é lhe propor desafios inéditos à sua criatividade/talento matemático. Em particular, de modo algum se limitam à aplicação rotineira de resultados que V. estudou na Escola. É o tipo de problema que ocupará nossa atenção neste curso.

A resolução de um problema olímpico costuma requerer bastante tempo para pensar. Tipicamente, será necessário ler várias vezes seu enunciado e fazer várias tentativas. Assim, *uma qualidade indispensável do bom resolvidor é a persistência*. Talento matemático e inteligência sem persistência pouco adiantam. Nesse sentido, é decisivo entender que V. não é um supergênio capaz de resolver qualquer problema em um ou dois minutos, e nem é um “burro” incapaz de resolver problemas. Tudo é uma questão de “dosar” o investimento do tempo para pensar.



Além disso, a *experiência na resolução de problemas semelhantes* e uma boa velocidade de raciocínio costumam ser muito mais importantes e decisivos do que o conhecimento de resultados de aula.

2).– Conjectura X demonstração

Em quase todos os casos, a resolução de um problema olímpico inicia com uma experimentação ou cálculos exploratórios que lhe permitirão fazer uma **conjectura** (= dar um “chute”) do que exatamente se precisa fazer para resolver o problema. Numa segunda etapa, se **demonstra** que essa conjectura é verdadeira, ou acaba-se descobrindo que ela é falsa (o que nos obrigará a modificar/refazer a conjectura inicial, talvez com novas experimentações ou novos cálculos exploratórios). Isso é uma arte que precisa ser cultivada/desenvolvida com a resolução de muitos problemas e fazendo cursos de treinamento com professores experientes. Os exemplos abaixo trabalham com esses dois conceitos.

Conjectura

Exemplo –

Ache infinitos números obedecendo ao padrão exibido por $5^2 - 5 = 4^2 + 4$, $7^2 - 7 = 6^2 + 6$, etc.

(Como explicado acima, na resolução de um problema matemático, não basta conjecturar/chutar a resposta, é essencial que V. demonstre sua veracidade.)

3).– Atitudes na resolução de um problema: positiva X negativa

Sempre devemos ter em mente que a afirmação envolvida num problema matemático pode ser verdadeira ou falsa, pois quem afirmou pode ter se expressado mal ou ter se enganado. Assim, depois de termos lido cuidadosamente o que foi pedido provar/fazer no problema, e em função de nossa experiência/conhecimento, adotamos uma alternativa dentre

- **atitude positiva:** passamos a procurar demonstrar que a afirmação é verdadeira;
- **atitude negativa:** passamos a procurar mostrar que a afirmação é falsa.

Em princípio, devemos iniciar com uma atitude positiva. Um insucesso demorado pode recomendar mudar para atitude negativa, pois uma possibilidade é ter ocorrido erro ou falta de palavras no enunciado do problema, o que não é raro ocorrer em olimpíadas.

Exemplo –

Mostre que uma equação do segundo grau nunca admite um número racional como raiz, se todos os três coeficientes dessa equação forem números inteiros.

Exemplo –

Considere o número $r = \sqrt[3]{-150}$. Pede-se:

- Achar o número inteiro mais próximo de r .*
- Achar o número racional mais próximo de r .*