MAT 1067 - COMBINATÓRIA II
RESPOSTAS DA LISTA DE EXERCÍCIOS 5

Exercício 1. (a) $a_n = a_{n-3} + a_{n-4}$ para $n \geq 4$, $a_0 = 1$, $a_1 = a_2 = 0$, $a_3 = 1$; (b) 2. **Exercício 2.** (a) $a_n = 4 \cdot 2^n + 2 \cdot (-2)^n - (-3)^n$; (b) $b_n = -\frac{1}{12}3^n - \frac{1}{2}2^n + n^3 + 2n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{3}{4}$; (c) $3^n + 8 \cdot 4^n - (n^2 + 7n + 8)2^n$; (d) A função geradora da sequência é $\frac{x}{1-x-x^2}$. Isso indica que $a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$, como na sequência de Fibonacci. **Exercício 3.** $t_1 = 2$, $t_n = 2t_{n-1} + 2$, $t_n = 2^{n+1} - 2$. **Exercício 4.** $\ell_n = \ell_{n-1} + n - 2$ para $n \geq 2$, $\ell_0 = \ell_1 = 0$; $i_n = i_{n-1} + 2$ para $n \geq 2$, $i_0 = 1, i_1 = 2$; Resolvendo, temos $\ell_n = \frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n + 1$ e $i_n = 2n$. $\ell_n > i_n$ para $n \geq 7$ e $\ell_n < i_n$ para $0 \leq n \leq 6$. **Exercício 5.** $a_n = 2a_{n-1} + 4^{n-1}$, $a_1 = 3$; Resolvendo, temos $a_n = \frac{1}{2}(2^n + 4^n)$.