UFRGS – Instituto de Matemática
Dep. de Matemática Pura e Aplicada
MAT 01167 – Equações Diferenciais II
Data: 19/09/2009 – Turma: ________

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Total

Nome: ____ **Cartão:** ___________

Primeira Prova A

Questão 1 (2 pontos) Resolva o PVI e determine o intervalo máximo de definição da solução da EDO

$$y' + 3\,y = \frac{e^{-3x}}{x^2} \qquad\qquad y(-1) = 0$$

Questão 2. (2 pontos) Considere a EDO

$$y' = a\left(4 - y^2\right) y^2$$

onde a é um número real não nulo.

a) Como podemos ter $a > 0$ ou $a < 0$, faça, para cada um destes casos, o esboço das soluções desta equação <u>sem resolvê-la</u>, encontre suas soluções de equilíbrio e classifique-as em estável, instável ou semi-estável.

d) Para que valores de a o maior ponto de equilíbrio desta equação é instável?

Questão 3. (2 pontos) Sabendo-se que $y_1 = e^{-x}$ é uma solução da equação

$$x\,y'' + (1+2x)y' + (1+x)y = 0.$$

Use o método de D'Alembert para achar uma segunda solução linearmente independente de y_1.

Questão 4. (2 pontos) Considere o problema do valor inicial descrito pela equação

$$2\,y'' - 3y' - 2y = 0.$$

a) Encontre a solução geral da EDO acima.

b) Resolva o PVI para $y(0) = a$, e $y'(0) = b$.

c) Qual a condição que a, b devem satisfazer para que a solução do PVI satisfaça $\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0$.

Questão 5. (2 pontos) Suponha que a população de Passo Fundo de 200.000 pessoas está exposta à gripe H1N1, uma doença contagiosa que se espalha. No instante $t = 0$, o número $N = N(t)$ de pessoas que infectadas é de 2.000 e está crescendo a uma taxa de 200 pessoas por dia. A taxa de crescimento $N'(t)$ em cada instante depende da probabilidade de encontro de uma pessoa saudável com uma doente neste instante. Dado que este fato se expressa matematicamente dizendo que $N'(t)$ é proporcional ao produto do número de indivíduos que têm a doença pelo número dos que não a têm,

(a) Deduza a equação diferencial que governa este processo.

(b) Quanto tempo levará para que outras 2.000 pessoas peguem a doença?