

Nome: _____ Cartão: _____

TERCEIRA PROVA A

Questão 1. (2,5 pontos).

(a) Usando o método de variação de parâmetros, determine a solução geral da EDOL

$$x^2 y'' + 3x y' - 3y = 2x$$

(b) Para $\lambda > 0$, e $\lambda = 0$ resolva a EDOLH

$$x^2 y'' + x y' - \lambda y = 0$$

(c) Determine as soluções limitadas para $x \in (0, a)$ onde $0 < a < \infty$

Questão 2. (2,5 pontos) Dada a EDOL

$$5xy'' + (5x + 4)y' + 4y = 0.$$

(a) Verifique que $x_0 = 0$ é um ponto singular regular da EDOL.

(b) Determine a fórmula de recorrência e a solução geral da EDOL.

Questão 3. (3,0 pontos) Usando os resultados de Q1(c), determine uma solução limitada em r e periódica de período 2π em θ do problema de Dirichlet no interior do disco:

$$\begin{cases} u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} = 0 & \text{na região } D : r < 2, 0 < \theta < 2\pi \\ u(2, \theta) = 3 + 2 \sin 3\theta. \end{cases}$$

Questão 4. (2,0 pontos) Indique uma solução não trivial limitada em $(0, 1)$ da EDOLH:

$$9x^2 y'' + 9xy' + (x^{2/3} - 25)y = 0.$$

Sugestão: Fazer a mudança de variável $t = x^{1/3}$.