UFRGS – Instituto de Matemática
Dep. de Matemática Pura e Aplicada
MAT 01167 – Equações Diferenciais II
Data: 16/05/2009 – Turma: ________

Nome: ____ **Cartão:** ______________

Segunda Prova A

Questão 1. (2 pontos) Determine a solução geral da seguinte EDOL não homogênea de segunda ordem

$$2y'' - 3y' - 2y = 5e^{2x} + 5\text{sen}\, x$$

Questão 2. (2 pontos) Resolva o sistema de EDOLH.

$$\begin{cases} x'' = 2x + y \\ x' + y' = 3x + 3y \end{cases}$$

Questão 3. (2 pontos)

a) Encontre a expansão em série de Fourier para a função 2π - periódica

$$f(x) = \begin{cases} (-x - \pi), & \text{se} -\pi < x < 0 \\ (-x + \pi), & \text{se} \quad 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

b) Dando um valor conveniente a x , determine a soma da série

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{(m+1)}}{(2m-1)} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$$

c) Qual é o desenvolvimento em série de Fourier-seno da função $f(x) = -x + \pi$ para $0 < x < \pi$ (função do item **a)** restrita ao intervalo $I = (0, \pi)$).

Questão 4. (4 pontos)

a) Resolva o problema de contorno:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - \frac{1}{2}u_t \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u(0,t) = 0, \qquad u(\pi,t) = 0 \\ u(x,0) = 0 \\ u_t(x,0) = f(x) \end{cases}$$

b) Determine $u(x,t)$ para $f(x)$ dada na Questão 3.

Sugestão para Questão 4 a): Faça a separação de variáveis; aplique as condições de fronteira; resolva a EDO com as condições de fronteira encontradas; resolva a segunda EDO; faça a superposição das soluções; determine os coeficientes utilizando a condição inicial.

$$\int x\cos(ax)dx = \frac{x}{a}\ \text{sen}\,(ax) + \frac{1}{a^2}\ \cos(ax) \qquad \int x\,\text{sen}\,(ax)dx = -\frac{x}{a}\ \cos(ax) + \frac{1}{a^2}\ \text{sen}\,(ax)$$